STUDIA SEMIOTYCZNE (SEMIOTIC STUDIES), 36(2), 119–146
ISSN 0137-6608, e-ISSN 2544-073X
DOI: 10.26333/sts.xxxvi2.07

Article

ZBIGNIEW TWORAK *

TEORIA PRAWDY HAIMA GAIFMANA. WĄTPLIWOŚCI I ZARZUTY

STRESZCZENIE: W artykule omawiam teorię prawdy zaproponowaną przez Haima Gaifmana z perspektywy radzenia sobie z różnymi problematycznymi zdaniami. Zamierzam pokazać, że koncepcja ta narażona jest na poważne zastrzeżenia, tak samo jak związana z nią teoria Saula Kripkego. Gaifman punktem wyjścia swojej teorii czyni łamigłówkę *silnego kłamcy*. W celu jej rozwiązania postuluje, by wartości logiczne przypisywać nie zdaniom-typom, lecz ich egzemplarzom. Przyjmuje ponadto, że wartość logiczna danego zdania-egzemplarza zależy nie tylko od leksykalnych i strukturalnych własności odpowiadającego mu zdania-typu, ale także od jego umiejscowienia w sieci powiązań zachodzących pomiędzy poszczególnymi zdaniami-egzemplarzami. Dwa egzemplarze tego samego zdania-typu mogą mieć różne wartości logiczne. Przedstawiona teoria jest więc paradygmatem kontekstualnej teorii prawdy. Pojęcie zdania-egzemplarza Gaifman zastępuje ogólniejszym od niego pojęciem znacznika. Wartość logiczna jest przypisywana znacznikowi przez odpowiedni algorytm (tzw. *pointer semantics*). Artykuł zawiera omówienie zarówno aparatu technicznego teorii Gaifmana, jak i jego wad.

SŁOWA KLUCZOWE: prawda, łamigłówka silnego kłamcy, znacznik, czarna dziura.

1. Preliminaria

W artykule omawiam teorię prawdy zaproponowaną przez Haima Gaifmana z perspektywy radzenia sobie z różnymi zdaniami problematycznymi (Gaifman,

* Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Wydział Filozoficzny. E-mail: tworak@amu.edu.pl. ORCID: 0000-0002-0563-5721.

1988; 1992; 2000).[1] Z jednej strony zdania owe inspirują konstrukcje nowych teorii prawdy, z drugiej zaś stanowią dla nich swego rodzaju *experimentum crucis*. Głównym jednak celem, który sobie stawiam, jest pokazanie, iż koncepcja ta narażona jest na równie poważne zarzuty, co pokrewna jej teoria Saula Kripkego.

Teoria prawdy Gaifmana oferuje – podobnie jak teorie Saula Kripkego oraz Anila Gupty i Nuela Belnapa – analizę predykatu *bycia prawdziwym* w postaci modelu opisującego mechanizm, za pomocą którego użytkownicy języka poznają jego ekstensję i unieszkodliwiają różne paradoksalne wypowiedzi. Autor *Pointers to Truth* zgadza się z tezą o semantycznej uniwersalności języka naturalnego. W następstwie tego podziela pogląd Kripkego, że „adekwatna teoria musi dopuszczać, aby nasze stwierdzenia zawierające pojęcie prawdy były ryzykowne: ryzykują obróceniem się w paradoks w skrajnie (i nieoczekiwanie) niesprzyjających okolicznościach" (Kripke, 1975, s. 100). Zdanie „Wszyscy Kreteńczycy (zawsze) kłamią", wypowiedziane przez Kreteńczyka Epimenidesa, jest poprawne gramatycznie i sensowne, ale właśnie „ryzykowne". Gdyby okazało się Epimenides jest jedynym Kreteńczykiem, a przytoczone zdanie jest jedyną rzeczą, jaką w ogóle powiedział, wówczas stałoby się ono antynomialne. Zadowalająca teoria prawdy powinna ponadto umożliwiać wyrażanie patologiczności pewnych zdań za pomocą predykatów prawdziwościowych. Tymczasem teoria prawdy Kripkego spełnia tylko pierwszy wymóg, co sprawia, że nie jest wystarczająco dobra.[2]

Gaifman punktem wyjścia swojej teorii czyni następującą dwuzdaniową łamigłówkę (będącą pewną wersją antynomii kłamcy, nazwaną *silnym kłamcą*):

---

[1] Korzystam tu głównie z dwóch pierwszych tekstów. Prezentują one w sposób prostszy i filozoficznie atrakcyjniejszy główne idee propozycji Gaifmana.

[2] Przypomnijmy, jednym z głównych zarzutów Kripkego pod adresem teorii prawdy Tarskiego było „rozwarstwienie" predykatu prawdy wedle hierarchii metajęzyków, co jego zdaniem jest niezgodne z potocznym dyskursem. Zamierzał więc pokazać, że możliwa jest konstrukcja języka zawierającego swój własny predykat prawdy. Zaproponowany przez niego model odwzorowujący proces stopniowego poznawania ekstensji i antyekstensji predykatu prawdy przez użytkowników danego języka zmierza do osiągnięcia tzw. punktu stałego, w którym wszystko, co się dało, zostało rozstrzygnięte jako prawdziwe bądź fałszywe. Model ów unieszkodliwia różne zdania samoodnośne (jako nieugruntowane w najmniejszym punkcie stałym) oraz dostarcza pewnej zasady klasyfikacji zdań z uwagi na ich patogenność, lecz nie pozwala na formułowanie konstatacji rozpoznających problematyczny charakter danych zdań (jeśli są problematyczne). Według niego pojęcie paradoksalności (i inne tego typu pojęcia), w przeciwieństwie do pojęć prawdy i fałszu, nie występuje w użyciu potocznym, natomiast wiąże się z filozoficzną refleksją nad językiem wraz z jego semantyką (w szczególności z refleksją nad paradoksami semantycznymi). Z tego powodu jest ono pojęciem metajęzykowym (Kripke, 1975, s. 129, przypis 35). A. Gupta i R. L. Martin pokazali, że jeśli reguły wartościowania zmienimy na reguły zgodne ze słabą logiką trójwartościową Kleenego, to język może zawierać nie tylko własny predykat prawdy, ale także własny predykat stwierdzający nieokreśloność zdania (Gupta, Martin, 1984).

(1) Zdanie w wierszu (1) nie jest prawdziwe.

(2) Zdanie w wierszu (1) nie jest prawdziwe.

Zdanie z wiersza (1) – będąc zdaniem kłamcy – jawi się jako semantycznie zdefektowane: wikła nas na podstawie dobrze znanego rozumowania w niekończący się cykl, w którym jego wartość logiczna oscyluje między prawdą a fałszem. Z tego powodu nie jest ono prawdziwe. Konkluzja ta została zapisana w wierszu (2) i sprawia wrażenie zdania prawdziwego (a tym samym nieproblematycznego). Ponieważ jednak jest ona identyczna ze zdaniem kłamcy z wiersza (1) (tj. w wierszach (1) i (2) występuje to samo zdanie-typ), więc wydaje się być zdaniem tak samo problematycznym jak owo zdanie (jest zarazem prawdziwa i nieprawdziwa).[3] Trudność polega na tym, że chcielibyśmy zachować konkluzję bez akceptacji zdania kłamcy. Intuicyjnie trafna teoria prawdy powinna sobie z tym dylematem poradzić. Powinna sklasyfikować zdanie z wiersza (1) jako problematyczne, a zdanie z wiersza (2) – jako prawdziwe. Powinna też wyjaśnić, dlaczego zdania różnią się pod względem przekazywanej treści. Zdaniem Gaifmana trudno znaleźć satysfakcjonujące rozwiązanie powyższego dylematu, jeśli za nośniki prawdy uznaje się zdania-typy.[4]

Warto wspomnieć, że łamigłówka ta wprowadza do teorii prawdy Kripkego hierarchię metajęzyków w stylu Tarskiego wraz z rozwarstwieniem predykatu prawdy. Suponuje ona bowiem, że nasz język zawiera co najmniej dwa predykaty prawdy, którymi posługujemy się w różnych kontekstach. Z pierwszym mamy do czynienia w zwykłych, codziennych aktach komunikacyjnych (w których mogą pojawiać się wypowiedzi paradoksalne), z drugim – podczas prób opisu i wyjaśnienia pewnych kłopotliwych zjawisk językowych. Można to uznać za słabość konstrukcji Kripkego, zwłaszcza w kontekście twierdzenia, że „nasz język z pewnością zawiera tylko jedno słowo «prawdziwe»” (Kripke, 1975, s. 103).

---

[3] Poglądową wersję tej łamigłówki podaje Anil Gupta i zwie ją „przeczuciem Chryzypa” (Gupta, 2001, s. 109–110). Przypuśćmy, że Zenon w momencie czasu *t* stwierdza:

(Z) To, co Zenon mówi w *t* nie jest prawdziwe.

Przypuśćmy następnie, że Chryzyp przypadkiem usłyszał tę wypowiedź i po zastanowieniu stwierdza, iż „nie posiada ona w ogóle znaczenia”. Opinię swoją wyraża mówiąc:

(C) To, co Zenon mówi w *t* nie jest prawdziwe.

Na mocy przeświadczenia (przeczucia) Chryzypa (Z) jest patologiczne, co usprawiedliwia uznanie (C) za prawdziwe. „Przeczucie Chryzypa” można utożsamić z twierdzeniem, że wypowiedź Chryzypa (C) jest prawdziwa (chociaż występuje w niej to samo zdanie-typ, które występuje w wypowiedzi Zenona (Z)). Według Gupty łamigłówka ta leży u podstaw tzw. kontekstualnych teorii prawdy.

[4] Przypomnijmy, że zarówno teoria prawdy A. Tarskiego, jak i teoria punktu stałego S. Kripkego oraz rewizyjna teoria prawdy A. Gupty i N. Belnapa przyjmują za nośniki prawdy właśnie zdania-typy. Próbę rozwiązania tego dylematu, zachowującą zdania-typy jako nośniki prawdy, przedstawił Brian Skyrms (Skyrms, 1984). Propozycja ta jest w istocie pewną modyfikacją teorii Kripkego.

Gaifman rozwiązuje przytoczoną łamigłówkę postulując, aby wartość prawdziwości lub fałszywości przypisywać nie zdaniom-typom, lecz ich egzemplarzom oraz zezwalając, aby różne zdania-egzemplarze tego samego zdania-typu mogły być różnie oceniane.[5] Przypomnijmy w związku z tym, że zdania-egzemplarze charakteryzuje się zazwyczaj jako jednostkowe przedmioty materialne będące konkretnymi napisami lub sekwencjami dźwięków wytworzonymi w określonym miejscu i czasie. Mówiąc w skrócie, są one faktycznie wygłoszonymi wypowiedziami. Z kolei zdania-typy pojmuje się najczęściej jako klasy abstrakcji odpowiedniej relacji równoważności określonej na zbiorze zdań-egzemplarzy (tj. zbiory równokształtnych napisów lub równobrzmiących sekwencji dźwięków). Różnicę między zdaniem-typem a zdaniem-egzemplarzem można też wyjaśnić za pomocą pochodzących od Charlesa Sandersa Peirce'a kategorii *legisignum* i *sinsignum*.[6] *Legisignum* to znak będący typem ogólnym (a nie pojedynczym przedmiotem), a znaczenie nadają mu dopiero jego zastosowania, zwane *replikami* (do *legisignum* należą znaki konwencjonalne, w szczególności znaki językowe).[7] Każda taka replika jest *sinsignum* (przedrostek *sin* znaczy tu „być tylko raz"), a jako jednostkowe pojawienie się *legisignum* jest konkretną, realnie istniejącą rzeczą (lub zdarzeniem). *Sinsignum*, jak pisze Peirce, materializuje *legisignum*. Posiada ono znaczenie dzięki temu, że jest repliką (egzemplifikacją) *legisignum* (Peirce, 1997, s. 126, 138).

Zdanie-egzemplarz występujące w wierszu (2) wyraża coś zupełnie innego (fakt, twierdzenie, sąd) niż zdanie-egzemplarz występujące w wierszu (1). Należy przyjąć, że komunikowana treść i wartość logiczna danego zdania-egzemplarza zależy nie tylko od leksykalnych i strukturalnych własności odpowiadającego mu zdania-typu, ale także od jego umiejscowienia w sieci powiązań zachodzących pomiędzy poszczególnymi zdaniami-egzemplarzami. Owo umiejscowienie jest kluczem do właściwej oceny logicznej danego zdania-egzemplarza. Jest to powód, dla którego prezentowaną koncepcję prawdy można zaliczyć

[5] Idea, że prawdziwość i fałszywość są cechami zdań-egzemplarzy nie jest nowa. Znaleźć ją można np. w *Sophismata* Jeana Buridana.

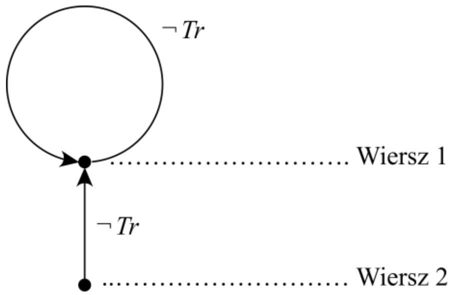
[6] Kategorie te służą do opisu znaku jako środka przekazu.

[7] *Legisignum* Peirce charakteryzuje też jako ustanowione przez ludzi prawo będące znakiem. Idąc tym tropem, z pojęciem zdania-typu można by związać pojęcie wzorca dostarczanego przez reguły gramatyczne.

do koncepcji *kontekstualnych.*[8] Kontekst zdania tworzy jego lokalizacja we wspomnianej sieci powiązań (ustalenie tej lokalizacji ma zasadniczy wpływ na interpretację wygłoszonego zdania). Z punktu widzenia owej sieci powiązań zdanie-egzemplarz z wiersza (1), w przeciwieństwie do zdania-egzemplarza z wiersza (2), jest samoodnośne, co można zobrazować następująco:

Rys. 1.

Sieć powiązań pomiędzy zdaniami-egzemplarzami (*1*) *i* (*2*).



Jak zauważa Gaifman, predykat prawdy ma szczególny potencjał tworzenia sieci (jest rodzajem predykatu „siecio-twórczego”): za pomocą fraz nazwowych będących jego argumentami, np. „to, co ona wczoraj powiedziała”, „wszystko, co on stwierdził”, „zdanie napisane na stronie …”, „tamto zdanie”, „poprzednie zdanie”, odsyła nas do pewnych zdań-egzemplarzy czy stwierdzeń (Gaifman, 1992, s. 251). Wymienione frazy – jako pewien specyficzny rodzaj wyrażeń – Gaifman określa angielskim słowem *pointer*, które można by przetłumaczyć jako „wskaźnik” lub „znacznik”. W *Pointers to Truth* daje on następujące ogólne

[8] Z tego też powodu Gaifman swoją propozycję kwalifikuje jako „semantykę nie-tarskiańską” (Gaifman, 1992, s. 235–236). Dla porównania teorię prawdy Kripkego – jako całkowicie kompozycyjną – można zaliczyć do „semantyk post-tarskiańskich”. Kwestia takiej kwalifikacji omawianej teorii jest jednak dyskusyjna. Gaifman nie kwestionuje bowiem roli zasady kompozycyjności w ocenie logicznej zdań. Postuluje natomiast swego rodzaju holistyczny punkt widzenia, tj. założenie, że w ocenie prawdziwościowej stwierdzeń należy brać pod uwagę całość w sensie sieci powiązań z innymi stwierdzeniami, ponieważ oderwane od niej i rozważane w izolacji mogą być niewłaściwie ocenione.

Generalnie, podejście kontekstualne każe nam rozumienie zdania relatywizować do kontekstu towarzyszącego jego wypowiedzeniu. Przyjmuje ono zasadę: zdanie-typ jest wrażliwe na kontekst wtw jego poszczególne egzemplarze mają odmienne treści semantyczne relatywnie do różnych towarzyszących im kontekstów. Istnieje wiele kontekstualnych teorii prawdy, które różnie charakteryzują pojęcie kontekstu. W kwestii kontekstualnych teorii prawdy zob. np. Simmons 2018. Dodajmy, że Simmons polemizuje z kwalifikacją teorii Gaifmana jako teorii kontekstualnej z uwagi na całkowicie apragmatyczny charakter kontekstu (w szczególności, żadnego znaczenia nie odgrywają w nim intencje mówiącego).

wyjaśnienie tego pojęcia: „Znacznik jest dowolnym obiektem używanym w celu wskazania na pewien obiekt” (Gaifman, 1992, s. 226). Zdania-egzemplarze są specjalnym rodzajem znaczników – każde z nich wskazuje na pewne zdanie-typ, a mianowicie to, którego jest egzemplarzem. Ale przecież możemy chcieć się odnieść do jakiegoś zdania bez jego wypowiedzenia (bo np. nie potrafimy go przytoczyć lub ze względów stylistycznych). Przypuśćmy, że w wierszu *n* danego tekstu występuje pewne zdanie. Możemy odnieść się do jego zaprzeczenia np. za pomocą frazy: negacja zdania w wierszu *n*. Chociaż na mocy przytoczonej definicji zakres pojęcia znacznika obejmuje każde wyrażenie wskazujące jakiś obiekt z uniwersum dyskursu, autor *Pointers to Truth* używa go węższym znaczeniu, a mianowicie w odniesieniu do wyrażeń wskazujących zdania-typy, tj. w odniesieniu do zdań-egzemplarzy i ich różnego rodzaju nazw (tzw. znaczników nazwowych). W zasadzie prezentowaną teorię można określić jako „system znaczników”. Krótko mówiąc, pojęcie zdania-egzemplarza Gaifman zastępuje ogólniejszym od niego pojęciem znacznika, nie tylko ze względów technicznych, ale również aby przybliżyć proponowaną teorię do praktyki języka potocznego, w ramach której zdarza nam się komentować czyjeś wypowiedzi. Argumentami predykatów semantycznych są znaczniki będące nazwami zdań-egzemplarzy, a nie nazwami zdań-typów.

Sieć powiązań pomiędzy znacznikami tworzącymi pewien zbiór obrazuje graf skierowany, w którym wierzchołki odpowiadają poszczególnym znacznikom, a krawędzie reprezentują relację odnoszenia się (ang. *calling relation*).[9] Właściwie jest ona relacją semantycznej zależności w tym sensie, że znacznik p zależy bezpośrednio do znacznika q, gdy ocena logiczna p zależy od oceny logicznej q. Z tego powodu będę ją nazywał relacją zależności, a graf reprezentujący sieć powiązań – grafem zależności. Mówiąc swobodnie, znacznik p zależy bezpośrednio od znacznika q, gdy q wskazuje na komponent logiczny zdania-typu wskazywanego przez p (w szczególności q wskazuje na argument jakiegoś spójnika występującego w zdaniu-typie wskazywanym przez p) lub zdanie-typ wskazywane przez p jest semantycznym zdaniem atomowym postaci $Tr(q)$ lub $Fa(q)$ (gdzie Tr i Fa są, odpowiednio, predykatami prawdy i fałszu). Na przykład, jeżeli p wskazuje na alternatywę $Tr(q) \vee Fa(r)$, gdzie q i r są nazwami pewnych zdań-egzemplarzy, to p ma dwa znaczniki „potomne” p_1 i p_2, które wskazują, odpowiednio, na składniki owej alternatywy i od których p bezpośrednio zależy. Z kolei znacznik p_1 wskazujący na $Tr(q)$ zależy bezpośrednio od znacznika q, zaś znacznik p_2 wskazujący na $Fa(r)$ zależy bezpośrednio od znacznika r. Niech X będzie pewnym zbiorem znaczników, a S grafem zależności w X. Jeżeli p zależy bezpośrednio od q, to $\langle p, q \rangle$ jest krawędzią w S (i na odwrót). Znacznik p zależy od znacznika q, gdy istnieje ścieżka w S skierowana

[9] Ponieważ zdania-egzemplarze są rodzajem znaczników, w szczególnym przypadku wierzchołki w grafie mogą odpowiadać owym zdaniom. Propozycja Gaifmana jest interesująca również z tego powodu, że kreśli związek pomiędzy semantyczną analizą paradoksów a teorią grafów skierowanych i pośrednio logiką programowania.

z p do q. Znacznik p jest samoodnośny, gdy p zależy od samego siebie, tj. gdy istnieje cykl w S, którego elementem jest p.

Modelując funkcję oceny znaczników trzeba uwzględnić oba wymienione wyżej komponenty: kompozycyjny (związany ze strukturą wskazywanego przez znacznik zdania-typu) i kontekstualny (związany z jego lokalizacją w sieci powiązań). Gaifman oparł swój system na trzech wartościach logicznych: ***t*** (prawda), ***f*** (fałsz) i ***n*** (ani prawda, ani fałsz). O znacznikach (w szczególności zdaniach-egzemplarzach) przyjmujących wartość ***n*** można powiedzieć, że tworzą lukę wartości prawdziwościowej (z tego powodu wartość tę Gaifman oznacza przez *GAP*). Zostaje ona przypisana danemu znacznikowi, gdy reguły oceny nie pozwalają mu przypisać wartości klasycznej (***t*** lub ***f***). Autor *Pointers to Truth* odróżnia jednak sytuację, w której znacznikowi zostaje przypisana wartość ***n*** od sytuacji, w której znacznik ów nie został jeszcze oceniony (tj. jego wartość jest nieokreślona). Z tego powodu funkcja oceny logicznej znaczników jest częściowa.[10] Dwa znaczniki wskazujące na to samo zdanie-typ nigdy nie mogą przyjąć wartości ***t*** i ***f*** (inne kombinacje są możliwe). Znacznikowi (lub węziej: zdaniu-egzemplarzowi) występującemu w wierszu (1) opisanej wyżej łamigłówki przypisana zostaje wartość ***n***, zaś znacznikowi (zdaniu-egzemplarzowi) występującemu w wierszu (2) przypisana zostaje wartość ***t***. Jak zauważa Gaifman, nawet jeśli w stosunku do pewnego zdania-egzemplarza – w pewnych niekorzystnych okolicznościach – zwykła procedura przypisania mu (klasycznej) wartości logicznej zawiedzie (jak w przypadku zdania z wiersza (1)), to można użyć innego zdania-egzemplarza, który rozpozna tę sytuację i ją wyrazi. Przypomnijmy, że na gruncie teorii prawdy Kripkego zdanie kłamcy L jest nieugruntowane i z tego powodu tworzy lukę wartości prawdziwościowej. Własność tę posiada też każda sekwencja orzeczeń prawdy lub fałszu o tym zdaniu, np. $Tr(\mathrm{L})$, $Fa(\mathrm{L})$, $Tr(\ulcorner Tr(\mathrm{L})\urcorner)$, $Fa(\ulcorner Tr(\mathrm{L})\urcorner)$ itd.[11] Z tego powodu Gaifman nazywa zdanie L „czar-

[10] Przypomnijmy, f jest funkcją częściową ze zbioru X w zbiór Y (symbolicznie: $f\colon X \nrightarrow Y$) wtw przyporządkowuje ona każdemu elementowi x pewnego podzbioru $D = dom(f) \subseteq X$ (tj. dziedziny f) dokładnie jedną wartość z Y. Tak więc, gdy $f\colon X \nrightarrow Y$, wówczas dla niektórych elementów $x \in X$ wartość $f(x)$ może nie być określona (tj. nie istnieje w Y dokładnie jedno y takie, że $f(x) = y$). Piszemy $x \notin dom(f)$, gdy wartość $f(x)$ jest nieokreślona. Funkcja f ze zbioru X w zbiór Y jest całkowita, gdy $dom(f) = X$.

[11] W teorii Kripkego nośnikami prawdy (fałszu) są zdania-typy. Zdanie $Tr(\ulcorner\alpha\urcorner)$ jest semantycznie zależne od zdania α (na mocy schematu (T)). W przypadku, gdy zdanie α zawiera jakiś predykat semantyczny, np. ma postać $Tr(\ulcorner\beta\urcorner)$, dla jego oceny trzeba odwołać się do kolejnego zdania, mianowicie β itd. Jeżeli ostatecznie ta procedura zatrzyma się na zdaniu bez predykatu semantycznego, tak że prawdziwość (fałszywość) zdania wyjściowego będzie wymuszona przez fakty niesemantyczne, to wówczas nazwiemy owo zdanie *ugruntowanym*; w przeciwnym przypadku – *nieugruntowanym*. Na przykład, warunek prawdziwości zdania $Tr(\ulcorner 0 = 0\urcorner)$ opisuje zdanie $0 = 0$ i w efekcie jest ono ugruntowane na pewnym fakcie arytmetycznym. W przypadku zdania kłamcy, ustalenie jego wartości logicznej w opisany wyżej sposób jest niemożliwe. Ocena jego zmienia się bowiem w kolejnych krokach rozumowania prowadząc do zapętlenia: założenie, że $Tr(\mathrm{L})$ prowadzi do wniosku, że $\neg Tr(\mathrm{L})$, a założenie, że $\neg Tr(\mathrm{L})$ – do wniosku, że $Tr(\mathrm{L})$ (tj.

ną dziurą" (ang. *black hole*). Twierdzi on, że Kripke tylko rozpoznał problem czarnych dziur, ale nie przypisał mu właściwej wagi.[12] „Użytkowanie języka – komentuje Gaifman w *Pointers to Truth* – zawiera mechanizm rozwiązywania dylematu czarnych dziur. A jeśli naszym celem jest modelowanie języka naturalnego lub jakichś jego podstawowych aspektów, to eliminacja czarnych dziur – przynajmniej ich prostszych wariantów – powinna być sprawą nadrzędną" (Gaifman, 1992, s. 242). Obok zjawiska czarnych dziur nie można przejść obojętnie, gdyż są one symptomami tego, że nasze rozumienie pojęć prawdy i fałszu jest wadliwe, a w rezultacie załamują się one w pewnych nietypowych sytuacjach komunikacyjnych (Barwise, Etchemendy, 1987, s. 4).

Ustalenie wartości logicznej znaczników tworzących pewną sieć powiązań stanowi zwykle – podobnie jak w teoriach Kripkego oraz Gupty i Belnapa – pewien proces zwany „procedurą ewaluacyjną". Jest ona formalnie reprezentowana przez niemalejący ciąg wartościowań taki, że dla danego wartościowania inicjującego (z zasady takiego, przy którym wartości wszystkich znaczników tworzących daną sieć są nieokreślone, tj. nie mają przypisanej wartości logicznej) każdy kolejny wyraz powstaje z wyrazu bezpośrednio go poprzedzającego, w wyniku zastosowania któreś z przyjętych reguł oceny. Reguły owe składają się na wspomniany wyżej mechanizm eliminacji czarnych dziur.

2. Semantyka: sieć znaczników i procedura ewaluacyjna

Niech $L_P^+ = L_P + \{Tr, Fa\}$ będzie językiem pierwszego rzędu z niepustym zbiorem P znaczników nazwowych odnoszących się do zdań-egzemplarzy (wyróżnionych ze zbioru wszystkich stałych nazwowych) oraz wzbogaconym o dwa predykaty semantyczne Tr i Fa, a L_P jego nieproblematyczną częścią (wolną od predykatów semantycznych). Argumentami predykatów Tr i Fa są znaczniki (denotujące zdania-egzemplarze i wskazujące na formuły języka L_P^+) lub zmienne nazwowe.[13] Jako metazmiennych reprezentujących znaczniki nazwowe będziemy używać liter p, q, r (w razie potrzeby z indeksami). Formułę $Tr(p)$ można odczytywać: „p oznacza prawdę" lub „zdanie-egzemplarz (nazywane przez) p jest prawdziwe". Podobnie odczytywać można formułę $Fa(p)$: „p oznacza fałsz" lub „zdanie-egzemplarz (nazywane przez) p jest fałszywe". Formuły nieatomowe tworzy się w znany sposób przez kompozycję przy pomocy spójników i kwantyfikację. Zbiór wszystkich formuł języka L_P^+ oznaczamy przez $For(L_P^+)$. Zakładamy, że część L_P języka L_P^+ posiada ustaloną interpretację, a jej uniwersum

wartość zdania L oscyluje między ***t*** i ***f***). Oznacza to, że nie jest ono ugruntowane na żadnym fakcie niesemantycznym.

[12] Dotyczy to też semantyki rewizyjnej rozwiniętej przez A. Guptę i N. Belnapa w książce *The Revision Theory of Truth* (1993).

[13] Dla wygody, zamiast „znacznik nazwowy" będę mówił po prostu „znacznik".

U zawiera wszystkie zdania-egzemplarze.[14] Zakładamy ponadto, że każdy obiekt z U (a więc i każde zdanie-egzemplarz) ma w L_P swoją nazwę.

System znaczników dla języka L_P^+ tworzy układ postaci PS = $\langle P, Typ, Neg, Dis^n, Con^n, Gen\rangle$, w którym:[15]

- P jest niepustym zbiorem znaczników nazwowych;
- Typ: $P \rightarrow For(L_P^+)$ jest funkcją, która każdemu znacznikowi z P przyporządkowuje pewne zdanie-typ, tj. dla $p \in P$, $Typ(p) \in For(L_P^+)$;
- Neg: $P \nrightarrow P$ jest częściową funkcją taką, że jeżeli $Typ(p) = \neg\alpha$, to $Neg(p)$ jest znacznikiem dla α, tj. $Typ(Neg(p)) = \alpha$;
- Dis^n: $P \nrightarrow P$ jest częściową funkcją taką, że jeżeli $Typ(p) = \alpha \vee \beta$, to $Dis^n(p)$ jest znacznikiem dla n-tego składnika $Typ(p)$ (tj. $Typ(Dis^1(p)) = \alpha$, $Typ(Dis^2(p)) = \beta$);
- Con^n: $P \nrightarrow P$ jest częściową funkcją taką, że jeżeli $Typ(p) = \alpha \wedge \beta$, to $Con^n(p)$ jest znacznikiem dla n-tego czynnika $Typ(p)$;
- Gen: $P \nrightarrow 2^P$ jest częściową funkcją taką, że jeżeli $Typ(p) = \forall x(\alpha)$, to $Gen(p)$ jest zbiorem znaczników wszystkich uszczegółowień $Typ(p)$, czyli zdań postaci $\alpha(x/a)$.

Przykład 1. Oto prosty przykład charakteryzujący (w ramach języka L_P^+) znaczniki występujące w tzw. kole kłamców: $Typ(p) = Fa(q)$, $Typ(q) = Tr(p)$.[16] Znacznik p wskazuje na zdanie-typ $Fa(q)$, w którym występuje znacznik q wskazujący na zdanie-typ $Tr(p)$. Zmodyfikujmy nieco ten przykład i przyjmijmy, że $Typ(p) = \neg Tr(q)$. Wówczas $Neg(p)$ jest znacznikiem („potomnym” względem p) wskazującym na zdanie-typ $Tr(q)$ będące argumentem negacji występującej w $Typ(p)$. □

[14] Oznaczmy przez δ funkcję przypisującą znacznikom nazwowym zdania-egzemplarze (nazywane przez te znaczniki). Wówczas $\delta(P) \subseteq U$. Dla interpretacji języka L_P można zaadoptować standardową semantykę teoriomodelową w stylu Tarskiego.

[15] Charakterystyka ta różni się (choć nieistotnie) od definicji podanej przez Gaifmana.

[16] Przypomnijmy, w kole kłamców bierzemy pod uwagę skończony—co najmniej dwuwyrazowy—ciąg stwierdzeń, z których każde, oprócz ostatniego, oznajmia, że stwierdzenie następne jest fałszywe, ostatnie zaś oznajmia, że pierwsze jest prawdziwe. Przypadek najprostszy ma więc postać dwóch stwierdzeń wzajemnie odnośnych.

Definicja 1.

(1) Mówimy, że *p zależy bezpośrednio od q* (*p odnosi się bezpośrednio do q*) wtw zachodzi jedna z następujących ewentualności: (a) $Typ(p) = \neg\alpha$ i $q = Neg(p)$, (b) $Typ(p) = \alpha \otimes \beta$ (gdzie $\otimes$ jest 2-argumentowym spójnikiem) i q jest znacznikiem dla jednego z argumentów α lub β, np. gdy $Typ(p) = \alpha \vee \beta$, wówczas $q = Dis^1(p)$ lub $Dis^2(p)$, (c) $Typ(p) = \forall x(\alpha)$ i $q \in Gen(p)$, (d) $Typ(p) = Tr(q)$ lub $Fa(q)$.

(2) *Ścieżką* (skierowaną) z p do q nazywamy sekwencję $p = p_1, \ldots, p_n = q$ (dla $n > 1$) taką, że każdy p_i zależy bezpośrednio od p_{i+1}.

(3) Mówimy, że *p zależy od q* wtw istnieje ścieżka z p do q.

Przez $Dir(p)$ będziemy oznaczać zbiór znaczników, od których p zależy bezpośrednio. Zauważmy że relacja bezpośredniej zależności została określona w sposób czysto syntaktyczny, tj. niezależnie od tego, czy i w jaki sposób znaczniki tworzące $Dir(p)$ wpływają na ocenę logiczną p.

Definicja 2. *Sieć znaczników* (nad zbiorem $X \neq \emptyset$) jest oznaczonym grafem skierowanym (digrafem), w którym wierzchołki są znacznikami (z X), zaś krawędzie $\langle p, q\rangle$ reprezentują relację bezpośredniej zależności. Każdy wierzchołek p jest oznaczony (etykietowany) przez $Typ(p)$.[17]

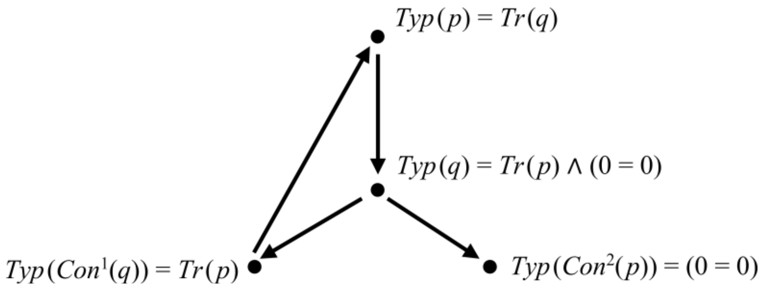
Sieć generowana przez dany znacznik p zawiera p (jako wierzchołek początkowy) oraz wszystkie znaczniki, od których p zależy.

Przykład 2. Poniższy digraf reprezentuje sieć znaczników generowaną przez znacznik p wskazujący na zdanie $Tr(q)$, tj. $Typ(p) = Tr(q)$. Znacznik q, od którego p bezpośrednio zależy, wskazuje na koniunkcję $Tr(p) \wedge (0 = 0)$, tj. $Typ(q) = Tr(p) \wedge (0 = 0)$. W rezultacie q zależy bezpośrednio od $Con^1(q)$ i $Con^2(q)$, gdzie $Con^1(q)$ jest znacznikiem wskazującym na zdanie $Tr(p)$, a $Con^2(q)$ jest znacznikiem wskazującym na zdanie $0 = 0$. $Con^1(q)$ zależy bezpośrednio od p, natomiast $Con^2(q)$ od niczego już nie zależy (gdyż wskazuje na niesemantyczne zdanie bazowe).

[17] Rysując digraf reprezentujący sieć nad danym zbiorem znaczników stosujemy następujące zasady: (1) wierzchołki digrafu odpowiadające poszczególnym znacznikom reprezentujemy jako punkty, (2) krawędź łącząca wierzchołek p z wierzchołkiem q przedstawiamy jako strzałkę skierowaną z p do q (jeśli p jest bezpośrednio zależny od q), (3) żadne dwa różne wierzchołki nie mogą być reprezentowane przez te same punkty oraz żadne dwie różne krawędzie nie mogą być reprezentowane przez tą samą strzałkę. Etykieta przy wierzchołku informuje o wskazywanym przez niego zdaniu-typie i tym samym powiadamia, jaką reprezentuje on konstrukcję.

Rys. 2.

Sieć znaczników generowana przez p.



Adnotacja. $Typ(p) = Tr(q)$ oraz $Typ(q) = Tr(p) \wedge (0 = 0)$. □

Definicja 3. Mówimy, że (niepusty) zbiór znaczników X tworzy *pętlę* wtw dla wszystkich $p, q \in X$ istnieje ścieżka z p do q.[18]

Zauważmy, że zbiór $\{p\}$ tworzy pętlę wtw p zależy bezpośrednio od samego siebie, a więc $Typ(p) = Tr(p)$ lub $Fa(p)$.

Definicja 4. Niech $X \subseteq Y$. Mówimy, że *X jest zamknięty w Y* (ze względu na relację zależności) wtw każdy $p \in Y$ który zależy bezpośrednio od pewnego znacznika z X, jest elementem X.

Definicja 5. X tworzy *pętle zamkniętą w Y* wtw $X \subseteq Y$, X jest zamknięty w Y i X tworzy pętlę.

W przykładzie 2. zbiór utworzony ze znaczników p, q i $Con^1(q)$ tworzy pętlę, ale nie jest to pętla zamknięta w zbiorze wszystkich znaczników: q zależy od znacznika $Con^2(q)$, który jednak znajduje się poza zbiorem znaczników tworzących pętlę.

Z każdym etapem procesu wyznaczania (stopniowego poznawania) ekstensji predykatów semantycznych związana jest częściowa funkcja wartościowania $v\colon P \nrightarrow \{\boldsymbol{f}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{t}\}$. Nadrzędnym celem owego procesu jest ocena wszystkich znaczników powiązanych ze sobą w ramach danej sieci. Funkcję v określają następujące trzy rodzaje reguł (reguły interpretacji stałych logicznych są zgodne z regułami, które obowiązują w silnej logice Kleenego). Są to: reguły przypisywania wartości klasycznych, reguły przypisywania wartości ***n*** oraz tzw. reguła przeskakiwania (ang. *Jump Rule*).

[18] Zachowuję tu oryginalną terminologię Gaifmana. Zazwyczaj taki zbiór nazywa się cyklem. Natomiast pętlą nazywa się cykl zawierający tylko jedną krawędź.

Reguły przypisywania wartości klasycznych ($\boldsymbol{t}, \boldsymbol{f}$):

1. Jeżeli $Typ(p) = \alpha$ i α jest formułą atomową bez predykatów semantycznych (tzw. *formułą bazową*), to wartość $v(p)$ jest zgodna z wartością, jaką uzyskuje α w interpretacji części L_P języka L_P^+.
2. Jeżeli $Typ(p) = Tr(q)$ i $v(q)$ jest klasyczna (czyli $v(q) \in \{\boldsymbol{f}, \boldsymbol{t}\}$), to $v(p) = v(q)$.[19]
3. Jeżeli $Typ(p) = Fa(q)$ i $v(q)$ jest klasyczna, to $v(p) = -v(q)$.[20]
4. Jeżeli $Typ(p)$ jest formułą nieatomową, to wartość $v(p)$ oblicza się zgodnie z następującymi regułami:

4.1. Jeżeli $Typ(p) = \neg\alpha$ i wartość $v(Neg(p)) \in \{\boldsymbol{f}, \boldsymbol{t}\}$ (czyli jest określona i klasyczna), to $v(p) = -v(Neg(p))$.

4.2. Jeżeli $Typ(p) = \alpha \vee \beta$, to

jeśli $v(Dis^1(p)) = \boldsymbol{t}$ lub $v(Dis^2(p)) = \boldsymbol{t}$, to $v(p) = \boldsymbol{t}$, natomiast

jeśli $v(Dis^1(p)) = v(Dis^2(p)) = \boldsymbol{f}$, to $v(p) = \boldsymbol{f}$.

4.3. Jeżeli $Typ(p) = \alpha \wedge \beta$, to

jeśli $v(Con^1(p)) = v(Con^2(p)) = \boldsymbol{t}$, to $v(p) = \boldsymbol{t}$, natomiast

jeśli $v(Con^1(p)) = \boldsymbol{f}$ lub $v(Con^2(p)) = \boldsymbol{f}$, to $v(p) = \boldsymbol{f}$.

4.4. Jeżeli $Typ(p) = \forall x(\alpha)$, to

jeśli $v(Gen(p)) \subseteq \{\boldsymbol{t}\}$, to $v(p) = \boldsymbol{t}$, natomiast

jeśli dla pewnego $q \in Gen(p)$, $v(q) = \boldsymbol{f}$, to $v(p) = \boldsymbol{f}$.

(Reguły interpretacji pozostałych stałych logicznych, tj. spójników i kwantyfikatora $\exists$, można otrzymać poprzez zdefiniowanie ich za pomocą $\neg$, $\vee$, $\wedge$ i $\forall$).

Zauważmy, że jeżeli q jest znacznikiem takim, że $Typ(q) = \neg\, Tr(p) \wedge \neg Fa(p)$, to otrzyma on wartość $\boldsymbol{t}$, gdy p przyjmie wartość $\boldsymbol{n}$. Kolejne reguły dotyczą więc przypisywania wartości $\boldsymbol{n}$.

Reguły przypisywania wartości $\boldsymbol{n}$:[21]

5. Jeżeli funkcja v jest określona dla wszystkich znaczników należących do $Dir(p)$ oraz żadna z reguł 1–4 nie stosuje się do p (tj. p nie można przypisać klasycznej wartości), to $v(p) = \boldsymbol{n}$.[22]

---

[19] Warunek ten można uznać za pewną wersję schematu (T) Tarskiego.

[20] $-v(p)$ oznacza wartość opozycyjną do $v(p)$: $-\boldsymbol{t} = \boldsymbol{f}$, zaś $-\boldsymbol{f} = \boldsymbol{t}$.

[21] Reguły te Gaifman nazywa odpowiednio: *Simple-Gap Rule*, *Close-Loop Rule*, *Give-Up Rule*.

[22] Reguła ta pozwala przypisać wartość $\boldsymbol{n}$ zgodnie z warunkami obowiązującymi w silnej logice Kleenego. Na przykład, jeżeli $Typ(p) = \alpha \wedge \beta$ oraz $v(Con^1(p)) = \boldsymbol{t}$, zaś $v(Con^2(p)) = \boldsymbol{n}$, to $v(p) = \boldsymbol{n}$.

6. Jeżeli X jest zbiorem znaczników tworzących pętlę zamkniętą w zbiorze znaczników dla których funkcja v jest nieokreślona oraz żadna z poprzednich reguł nie stosuje się do żadnego znacznika z X, to $v(X) \subseteq \{\boldsymbol{n}\}$ (czyli każdy element X przyjmuje wartość $\boldsymbol{n}$ i tym samym tworzy lukę wartości prawdziwościowej).
7. Jeżeli $X \neq \varnothing$ jest zbiorem znaczników, dla których funkcja v jest nieokreślona oraz nie stosuje się do nich żadna z poprzednich reguł, to $v(X) \subseteq \{\boldsymbol{n}\}$ (czyli każdemu z owych znaczników przypisuje się wartość $\boldsymbol{n}$).

Reguła ta (zwana *Give-Up Rule*) wymaga komentarza. Mówimy, że sieć znaczników S jest *lokalnie skończona*, jeśli każdy występujący w niej znacznik zależy od jedynie skończonej liczby składników S. Gaifman formułuje twierdzenie, że jeżeli sieć znaczników jest lokalnie skończona, to żadne wartościowanie nie dopuszcza reguły 7. Dowód tego twierdzenia opiera się na obserwacji, że każdy skończony zbiór znaczników X zawiera jako swój podzbiór zamkniętą pętlę bądź zawiera znacznik, który nie zależy od żadnego elementu X. Stąd dla lokalnie skończonych sieci możemy pominąć tę regułę. Stosuje się ona natomiast do zbiorów znaczników, które tworzą zstępujący ciąg nieskończony i nieugruntowany. Zbiór znaczników X tworzy nieskończony zstępujący ciąg wtw żaden jego podzbiór nie tworzy zamkniętej pętli oraz każdy element X zależy bezpośrednio od pewnego innego elementu z X. Prostym przykładem takiego ciągu jest zbiór złożony ze znaczników $p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots$ wskazujących na zdania, z których każde oznajmia, że następne jest prawdziwe: $Typ(p_1) = Tr(p_2)$, $Typ(p_2) = Tr(p_3)$, …, $Typ(p_i) = Tr(p_{i+1})$, …[23]

Ostatnia reguła (zwana *Jump Rule*) jest specyficzna dla propozycji Gaifmana. Pozwala ona przejść (przeskoczyć) z danego poziomu do meta-poziomu w taki sposób, że atomowym zdaniom-egzemplarzom z predykatami semantycznymi zostaje przypisana wartość klasyczna w oparciu o pewne wcześniejsze rozstrzygnięcia.[24]

8. Jeżeli $Typ(p) = Tr(q)$ lub $Fa(q)$, $v(q) = \boldsymbol{n}$ i $v(p) \neq \boldsymbol{n}$ (czyli $v(p)$ jest nieokreślona lub klasyczna), to $v(p) = \boldsymbol{f}$.[25]

---

[23] Nieco bardziej złożonym przykładem jest tzw. sekwencja Yablo, którą można przedstawić jako nieskończony zstępujący ciąg znaczników takich, że dla każdego $i \in \omega$, $Typ(p_i) = \forall n > i\ Fa(p_n)$. Nieskończony zstępujący ciąg znaczników jest reprezentowany przez digraf seryjny, w którym dla każdego wierzchołka x istnieje wierzchołek y taki, że $\langle x, y\rangle$ jest krawędzią.

[24] Gaifman charakteryzuje ją pisząc, że jest to „reguła za pomocą której wznosimy się w hierarchii Tarskiego” (Gaifman, 1988, s.52). Dodaje też, że hierarchia owa daje się zrekonstruować w ramach jego propozycji.

[25] Intuicyjnie, jeżeli q została wcześniej przypisana wartość $\boldsymbol{n}$, to (meta)stwierdzenie, że q jest prawdziwe lub fałszywe, jest fałszem i stąd p (wskazującemu na zdanie, które właśnie to stwierdza) należy przypisać wartość $\boldsymbol{f}$.

Właśnie ta reguła pozwala unieszkodliwić (rozwiązać) łamigłówkę silnego kłamcy. Niech p i q będą znacznikami występującymi, odpowiednio, w wierszu 1 i 2, tj. $Typ(p) = Typ(q) = \neg Tr(p)$. Znacznikowi p przypisana zostaje – w oparciu o regułę 6 – wartość ***n***, gdyż zbiór zawierający tylko p i $Neg(p)$ tworzy zamkniętą pętlę ($Neg(p)$ jest znacznikiem wskazującym na zdanie $Tr(p)$ będące argumentem negacji występującej w zdaniu $Typ(p)$). Znacznik q uzyskuje wówczas wartość ***t***: na mocy reguły 8 znacznikowi $Neg(q)$ (wskazującemu na zdanie $Tr(p)$) przypisana zostaje wartość ***f***, a na mocy reguły dla negacji 4.1 znacznik q uzyskuje wartość ***t***. Generalnie, reguła ta stosuje się wyłącznie do znaczników wskazujących na zdania atomowe z predykatami semantycznymi w sytuacji, gdy znaczniki będące argumentami tych predykatów tworzą lukę wartości prawdziwościowej (tj. została im przypisana wartość ***n***, np. na mocy reguły 6), natomiast same mają wartość klasyczną bądź są nieokreślone. Zauważmy, że reguły owej nie można zastosować do oceny żadnego znacznika współtworzącego zamkniętą pętlę z przypisaną mu – na mocy reguły 6 – wartością ***n***.

Proces ustalania wartości znaczników tworzących pewną sieć S – tzw. *procedura ewaluacyjna* – daje się opisać w postaci niemalejącego ciągu wartościowań $\langle v_\xi$: ξ jest liczbą porządkową$\rangle$ takiego, że dla danego wartościowania inicjującego, powiedzmy wartościowania pustego (przy którym wartości wszystkich znaczników tworzących S są nieokreślone), każdy kolejny wyraz powstaje z wyrazu bezpośrednio go poprzedzającego w wyniku zastosowania jednej z wyróżnionych wyżej reguł, przy czym dla λ będącego liczbą graniczną, $v_\lambda = \bigcup_{\xi<\lambda} v_\xi$. Wartościowanie będące następnikiem danego wartościowania nazywamy *wartościowaniem pochodnym*. Może ono być – tak jak wartościowanie je poprzedzające – funkcją częściową. Można powiedzieć, że procedura ewaluacyjna polega na stopniowym dookreślaniu znaczników tworzących daną sieć.[26] Wartościowanie, przy którym wszystkie elementy sieci S mają przypisaną wartość logiczną nazywamy *wartościowaniem totalnym*. Pojęcie wartościowania pochodnego określa poniższa definicja:

Definicja 6. Wartościowanie v' jest *pochodne* względem wartościowania v wtw v' zostało otrzymane w wyniku użycia jednej z konkurencyjnych reguł, których zastosowanie jest dopuszczone przez v oraz przez usunięcie z $dom(v)$ tych znaczników, do których nie jest możliwe zastosowanie żadnej reguły. Formalnie:

$$dom(v') = \{p \in P\text{: } v \text{ dopuszcza pewną regułę umożliwiającą ocenę } p\}$$

$$v'(p) = \text{wartość przypisana } p \text{ przez jakąś regułę, zastosowanie której } v \text{ dopuszcza}$$

Przykład 3. (a) Powróćmy do sieci z przykładu 2. Procedurę ewaluacyjną dla znaczników tworzących ową sieć – tj. p, q, $Con^1(q)$, $Con^2(q)$ – można przedstawić w postaci następującej tabeli:

[26] Nie wyklucza się korekty (rewizji) wartości wcześniej ustalonych. Z tego powodu procedura ewaluacyjna nie ma charakteru kumulatywnego.

	v_0	v_1	v_2	v_3	…
p	–	–	***n***	***n***	…
q	–	–	***n***	***n***	…
$Con^1(q)$	–	–	***n***	***n***	…
$Con^2(q)$	–	***t***	***t***	***t***	…

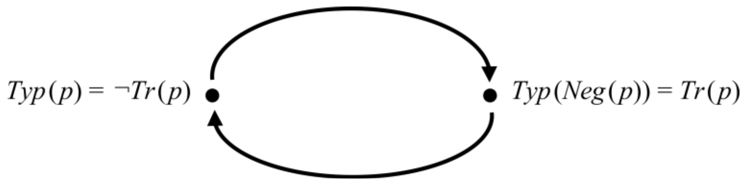
Wartościowanie inicjujące v_0 jest wartościowaniem pustym – żaden znacznik nie ma przypisanej wartości logicznej. Wartościowanie v_0 dopuszcza jedynie regułę 1, tj. regułę pozwalającą przypisać klasyczną wartość logiczną znacznikom wskazującym na zdania bazowe. Znacznikiem takim jest $Con^2(q)$, który wskazuje na zdanie „0 = 0”, tj. $Typ(Con^2(q)) = (0 = 0)$. Na mocy owej reguły znacznikowi temu wartościowanie v_1 przypisuje wartość ***t***, czyli $v_1(Con^2(q)) = \boldsymbol{t}$. Oczywiście, żadne kolejne wartościowanie nie może zmienić tego przyporządkowania. Ponieważ przy v_1 żadna reguła nie stosuje się do pozostałych znaczników, sytuują się one poza $dom(v_1)$ kreując zbiór $\{p, q, Con^1(q)\}$. Jest to zbiór znaczników nieokreślonych przy v_1, a przy tym tworzy pętlę zamkniętą w owym zbiorze. Sprawia to, że dopuszczalna staje się reguła 6. Na jej mocy w następnym kroku wszystkim tym znacznikom zostaje przypisana wartość ***n***, tj. $v_2(p) = v_2(q) = v_2(Con^1(q)) = \boldsymbol{n}$. Kontynuując tę procedurę ewaluacyjną, do $Con^2(q)$ stosuje się stale reguła 1, natomiast do pozostałych znaczników stosuje się teraz reguła 5. Z oczywistych powodów do q nie można zastosować reguły 4.3, dotyczącej znaczników wskazujących na koniunkcję (może ona być stosowana, gdy czynniki wskazywanej koniunkcji są określone przy danym wartościowaniu, a przy tym oba przyjmują wartość ***t*** bądź przynajmniej jeden z nich przyjmuje wartość ***f***). Również reguła 2 nie znajduje zastosowania, gdyż znaczniki p i q będące argumentami predykatu prawdy nie mają klasycznej wartości logicznej (***t*** lub ***f***). Na koniec reguła 8 nie znajduje zastosowania, gdyż ani p, ani $Con^1(q)$ nie spełniają warunku tej reguły (powinny być nieokreślone lub mieć wartość klasyczną). Pozostaje więc reguła 5.

(b) W literaturze odróżnia się dwie wersje stwierdzenia kłamcy: stwierdzenie zwykłe i wzmocnione. Stwierdzenie zwykłe orzeka o sobie samym tylko, że jest fałszywe („Niniejsze stwierdzenie jest fałszywe”), natomiast stwierdzenie wzmocnione oznajmia o sobie samym tylko, że nie jest prawdziwe („Niniejsze stwierdzenie nie jest prawdziwe”). Innymi słowy, pierwsze z nich coś sobie przypisuje, natomiast drugie – czegoś sobie odmawia. Obie wersje są równoważne, o ile przyjmuje się zasadę dwuwartościowości. Natomiast w układzie trójwartościowym, z jakim mamy do czynienia w przypadku propozycji Gaifmana, stwierdzenie konstytuujące wzmocnionego kłamcę oznacza, że jest ono fałszywe lub tworzy lukę wartości prawdziwościowej.

Wzmocnione stwierdzenie kłamcy charakteryzuje warunek: $Typ(p) = \neg Tr(p)$. Poniższy graf zależności reprezentuje sieć znaczników generowaną przez owo stwierdzenie (wierzchołki tworzą znaczniki p i $Neg(p)$):

Rys. 3.

Sieć znaczników generowana przez stwierdzenie wzmocnionego kłamcy.



Oto tabela reprezentująca procedurę ewaluacyjną dla znaczników tworzących sieć z rys. 3:

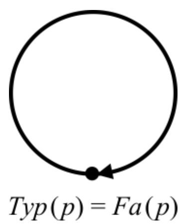
	v_0	v_1	v_2	…
p	–	***n***	***n***	…
$Neg(p)$	–	***n***	***n***	…

Wartościowanie v_0 (będące wartościowaniem pustym) dopuszcza jedynie regułę 6 odnoszącą się do zbioru znaczników tworzących zamkniętą pętlę. Na jej mocy w następnym kroku znacznikom p i $Neg(p)$ przypisana zostaje wartość ***n***. W kolejnych krokach zastosowanie znajduje reguła 5.

Zwykłe stwierdzenie kłamcy charakteryzuje natomiast warunek: $Typ(p) = Fa(p)$. Sieć znaczników generowana przez to stwierdzenie ma postać prostej pętli:

Rys. 4.

Sieć znaczników generowana przez stwierdzenie zwykłego kłamcy.



Procedura ewaluacyjna w tym przypadku przebiega podobnie jak wyżej i również stabilizuje się na ***n***:

	v_0	v_1	v_2	…
p	–	***n***	***n***	…

Tak jak poprzednio wartościowanie v_0 dopuszcza jedynie regułę 6, co sprawia, że $v_1(p)$ = ***n***. W kolejnych krokach zastosowanie znajduje reguła 5.

Jeżeli natomiast jako inicjujące przyjmiemy wartościowanie przypisujące *p* wartość klasyczną, to zastosowanie znajdzie wówczas reguła 3. Gdy $v_0(p)$ = ***t***, wtedy w wyniku jej użycia $v_1(p)$ = ***f***. W kolejnych krokach ponownie stosujemy ową regułę. W rezultacie wartości ***t*** i ***f*** zmieniają się na przemian:

	v_0	v_1	v_2	v_3	…
p	***t***	***f***	***t***	***f***	…

Analogicznie, gdy $v_0(p)$ = ***f***.

(c) Stwierdzeniem prawdomówcy nazywa się stwierdzenie orzekające o sobie samym (tylko), że jest prawdziwe. Charakteryzuje je więc warunek: $Typ(p) = Tr(p)$. Sieć znaczników generowaną przez to stwierdzenie obrazuje graf mający – jak w przypadku zwykłego stwierdzenia kłamcy – postać prostej pętli. Oto tabela odzwierciedlająca procedurę ewaluacyjną dla tworzącego ją znacznika zainicjowana wartościowaniem pustym:

	v_0	v_1	v_2	…
p	–	***n***	***n***	…

Tak jak w przypadku zwykłego stwierdzenia kłamcy, wartościowanie v_0 dopuszcza jedynie regułę 6. Stąd $v_1(p)$ = ***n***. W kolejnych krokach zastosowanie znajduje reguła 5.

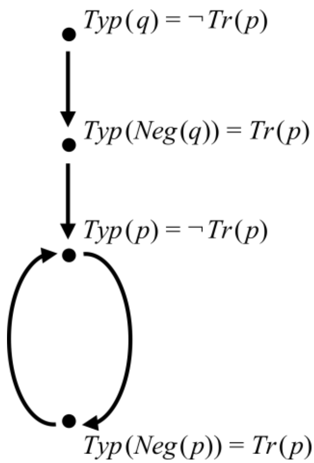
Jeżeli jednak przyjmiemy, że $v_0(p)$ = ***t*** (***f***), to zastosowanie znajdzie wówczas reguła 2. W wyniku jej użycia $v_1(p)$ = ***t*** (***f***). Kolejne kroki będą takie same. Zależnie od wyboru inicjującego wartościowania procedura stabilizuje się więc na ***t*** lub ***f***.

Dwa ostatnie przykłady pokazują, że same reguły przypisywania wartości ***n*** nie pozwalają na odseparowanie stwierdzenia kłamcy od stwierdzenia prawdomówcy. Dla ich rozróżnienia (jeśli nas ono interesuje) potrzebne są inne procedury ewaluacyjne.

(d) Na koniec rozważmy łamigłówkę silnego kłamcy będącą punktem wyjścia propozycji Gaifmana:

Rys. 5.

Sieć znaczników dla silnego kłamcy.



Procedurę ewaluacyjną dla tworzących ją znaczników – tj. q, $Neg(q)$, p, $Neg(p)$ – przedstawia następująca tabela:

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	…
q	–	–	–	***t***	***t***	…
$Neg(q)$	–	–	***f***	***f***	***f***	…
p	–	***n***	***n***	***n***	***n***	…
$Neg(p)$	–	***n***	***n***	***n***	***n***	…

Wartościowanie v_0 dopuszcza jedynie regułę 6, co sprawia, że p i $Neg(p)$ otrzymują wartość ***n*** (tworzą one zamkniętą pętlę). Wartościowanie v_1 dopuszcza regułę 8 (*Jump Rule*) dla $Neg(q)$ (bo $Typ(Neg(q)) = Tr(p)$, $v_1(p) = \boldsymbol{n}$ oraz $v_1(Neg(p))$ jest nieokreślona). Stąd $v_2(Neg(q)) = \boldsymbol{f}$. Wartościowanie v_2 dopuszcza w stosunku do q regułę dla negacji 4.1. Z tego powodu $v_3(q) = \boldsymbol{t}$. W kolejnym i następnych krokach zastosowanie znajduje reguła 5 w stosunku do znaczników tworzących pętlę, tj. p i $Neg(p)$. W efekcie procedura ewaluacyjna stabilizuje się na tak uzyskanych wartościach. □

Każde wartościowanie v, które nie jest totalne, dopuszcza pewną regułę dającą się zastosować do znaczników nieokreślonych przy v. Gaifman formułuje na tej podstawie twierdzenie, że dla każdego wartościowania v istnieje sekwencja ewaluacyjna zainicjowana przez v i kończąca się wartościowaniem totalnym (w którym wszystkie znaczniki tworzące daną sieć mają przypisaną wartość logiczną).

Mówimy, że wartościowanie v' rozszerza wartościowanie v wtw $v \subseteq v'$. Generalnie, w danej procedurze ewaluacyjnej wartościowanie $v_{\xi+1}$ nie musi rozszerzać wartościowania v_ξ (wartość logiczna znacznika może zostać zrewidowana). Jednakże jeśli v_ξ jest wartościowaniem „dobrym", to $v_{\xi+1}$ rozszerza v_ξ, czyli dla każdego znacznika $p \in dom(v_\xi)$, wartość $v_\xi(p)$ jest zgodna z wartością $v_{\xi+1}(p)$. Wartościowanie „dobre" to takie, które utwierdza się – *via* wartościowanie pochodne – w swoich rozstrzygnięciach (Gaifman określa je terminem *self-supporting valuation*).

Definicja 7. Wartościowanie v nazywamy: (a) *potwierdzonym na p* wtw $p \in dom(v)$ (czyli wartość $v(p)$ jest określona) oraz $v(p) = v'(p)$ (gdzie v' jest wartościowaniem pochodnym względem v); (b) *potwierdzonym* wtw $v \subseteq v'$ (czyli v jest potwierdzone dla każdego znacznika należącego do $dom(v)$); (c) *zupełnym* wtw $v = v'$.

Jeżeli $Typ(p) = Tr(p)$, to dowolne wartościowane v_ξ takie, że $p \in dom(v_\xi)$, jest potwierdzone na p (zob. przykład 3c).[27] Jest tak niezależnie od tego, czy p zostanie przypisana wartość $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{t}$ lub $\boldsymbol{f}$. W przypadku stwierdzeń kłamcy mamy: (a) jeżeli $Typ(p) = Fa(p)$, to v_ξ jest potwierdzone na p tylko, gdy $v_\xi(p) = \boldsymbol{n}$, (b) jeżeli $Typ(p) = \neg Tr(p)$, to v_ξ jest potwierdzone tylko, gdy $v_\xi(p) = v_\xi(Neg(p)) = \boldsymbol{n}$ (zob. przykład 3b).[28] Rozważmy procedurę ewaluacyjną dotyczącą wzmocnionego stwierdzenia kłamcy zainicjowaną przez wartościowanie v_0 przypisujące p wartość $\boldsymbol{f}$, a $Neg(p)$ wartość $\boldsymbol{n}$:

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	…
p	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{t}$	…
$Neg(p)$	$\boldsymbol{n}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{f}$	…

Wówczas $v_1(p) = \boldsymbol{n}$ na mocy reguły 5 oraz $v_1(Neg(p)) = \boldsymbol{f}$ na mocy reguły 8. Następnie $v_2(p) = \boldsymbol{t}$ na mocy reguły dla negacji 4.1 oraz $v_2(Neg(p)) = \boldsymbol{f}$ na mocy reguły 8. W kolejnych krokach stosujemy regułę 4.1: $v_{n+1}(p) = -v_n(Neg(p))$ oraz

[27] Rzecz jasna, jest ono również potwierdzone.

[28] Oczywiście, w obu przypadkach jest ono również potwierdzone. Zauważmy przy okazji, że Gaifman nie odróżnia przypadków (a) i (b): wartościowanie v_ξ będzie potwierdzone na p (bez względu na to, czy p wskazuje na zdanie zwykłego kłamcy, czy na zdanie wzmocnionego kłamcy), o ile $v_\xi(p)$ przyjmie wartość $\boldsymbol{n}$ (Gaifman, 1988, s. 55). W odniesieniu do stwierdzenia wzmocnionego kłamcy ustalenie to – w ogólnym przypadku – nie jest trafne.

regułę 2: $v_{n+1}(Neg(p)) = v_n(p)$. Wartościowanie v_0 nie jest potwierdzone ani na p, ani na $Neg(p)$, gdyż $v_0(p) \neq v_1(p)$ i $v_0(Neg(p)) \neq v_1(Neg(p))$. Innymi słowy, wartości $v_0(p)$ i $v_0(Neg(p))$ zostają w następnym wartościowaniu v_1 zrewidowane (poprawione). Potwierdzone na p są wartościowania v_2 i v_4 (ogólnie: v_{2n}, dla $n > 0$), natomiast na $Neg(p)$ potwierdzone są wartościowania v_1, v_3 i v_5 (ogólnie: v_{2n+1}, dla dowolnego n). W rozważanym przypadku nie ma więc wartościowania, które byłoby potwierdzone dla obu znaczników (czyli żadne wartościowanie nie jest „dobre”).

Każde potwierdzone wartościowanie można rozszerzyć do totalnego potwierdzonego wartościowania (konstruując stosowną procedurę ewaluacyjną). Niech v będzie dowolnym wartościowaniem zupełnym (tj. $v = v'$), zaś p i q elementami jednej sieci. Jeżeli $Typ(p) = Typ(q)$ (tj. p i q wskazują na to samo zdanie-typ), to albo $v(p) = v(q)$, albo któraś z wartości $v(p)$ lub $v(q)$ równa się $\boldsymbol{n}$.[29] Dowód tego twierdzenia przebiega przez indukcję względem budowy zdań-typów. Następnie można pokazać, że każde zupełne wartościowanie v posiada skorelowaną z nim klasyczną interpretację w zbiorze formuł języka L_P^+. Oznaczmy przez σ: $At(L_P^+) \rightarrow \{\boldsymbol{f}, \boldsymbol{t}\}$ klasyczną interpretację (wartościowanie) formuł atomowych języka L_P^+ (niezależnie od tego, czy zawierają one predykaty semantyczne) i niech v będzie wartościowaniem zupełnym. Mówimy, że σ jest skorelowana z v, jeśli dla wszystkich p takich, że $Typ(p) \in At(L_P^+)$ oraz $v(p)$ jest klasyczna, to $\sigma(Typ(p)) = v(p)$. Interpretację σ można w zwykły sposób rozszerzyć na wszystkie formuły języka L_P^+. Oznaczmy ją przez σ^+. Wówczas dla wszystkich znaczników p, jeżeli $v(p)$ jest klasyczna, to $\sigma^+(Typ(p)) = v(p)$.

Podsumowując, na gruncie propozycji Gaifmana proces poznawania predykatu prawdy ograniczony jest zawsze do znaczników tworzących określoną sieć powiązań i polega na dookreślaniu jego ekstensji (oraz antyekstensji). Jest on formalnie reprezentowany przez ciąg wartościowań – tzw. procedurę ewaluacyjną – który w swej podstawowej wersji zaczyna się od wartościowania pustego i kończy się potwierdzonym wartościowaniem totalnym. Inne procedury ewaluacyjne mogą być wykorzystane do klasyfikacji zdań, np. odróżnienia stwierdzenia kłamcy od stwierdzenia prawdomówcy. Dany znacznik zostaje zaliczony do ekstensji predykatu prawdy Tr, jeśli w opisanej wyżej procedurze (zainicjowanej przez wartościowanie puste) zostanie mu przypisana ostatecznie wartość $\boldsymbol{t}$. Jeśli natomiast znacznikowi owemu zostanie ostatecznie przypisana wartość $\boldsymbol{f}$, to zaliczony on zostanie do ekstensji predykatu fałszu Fa. Znaczniki osiągające wartość $\boldsymbol{n}$ tworzą lukę.

[29] Oznacza to, że dwa znaczniki wskazujące na to samo zdanie-typ nie mogą przyjmować różnych wartości klasycznych, np. wykluczony jest przypadek, w którym $v(p) = \boldsymbol{t}$, a $v(q) = \boldsymbol{f}$.

3. Czarne dziury

Zajmijmy się jeszcze kwestią czarnych dziur. Pojęcie czarnej dziury zostało wprowadzone przez Gaifmana w związku z teorią prawdy Kripkego. Najlepiej wyjaśnić je na przykładzie. Przypomnijmy, na gruncie teorii prawdy Kripkego czarną dziurą jest np. zdanie kłamcy, które oznaczyliśmy przez L. Ponieważ nie można mu przyporządkować żadnej wartości klasycznej, tworzy ono lukę wartości prawdziwościowej i mówimy, że formuje dziurę na poziomie 0. Ten sam los dzielą stwierdzenia orzekające o L, że jest prawdziwe lub fałszywe, czyli zdania postaci $Tr(\mathrm{L})$ i $Fa(\mathrm{L})$. Również im nie można przyporządkować żadnej klasycznej wartości logicznej i tworzą w związku z tym lukę wartości prawdziwościowej. To czyni z L dziurę na poziomie 1. To samo w przypadku orzeczeń o prawdziwości lub fałszywości poprzednich stwierdzeń, czyli zdań postaci $Tr(\ulcorner Tr(\mathrm{L})\urcorner)$, $Fa(\ulcorner Tr(\mathrm{L})\urcorner)$, $Tr(\ulcorner Fa(\mathrm{L})\urcorner)$ i $Fa(\ulcorner Fa(\mathrm{L})\urcorner)$, co sprawia, że L formuje dziurę na poziomie 2. Zdanie jest czarną dziurą, jeśli formuje ono dziurę na każdym poziome n. W tym właśnie sensie L jest czarną dziurą na gruncie teorii prawdy Kripkego. Łatwo zauważyć, że każde zdanie tworzące lukę wartości prawdziwościowej jest czarną dziurą, jeśli przyjmiemy następujące założenia: (1) nośnikami prawdy i fałszu są zdania-typy, (2) zdania α i „$\ulcorner\alpha\urcorner$ jest prawdziwe" są równoważne, (3) relacja równoważności spełnia zasadę Leibniza, na mocy której jeśli zdania α i β są równoważne, to równoważne są również zdania „$\ulcorner\alpha\urcorner$ jest prawdziwe" i „$\ulcorner\beta\urcorner$ jest prawdziwe" (jak i zdania „$\ulcorner\alpha\urcorner$ jest fałszywe" i „$\ulcorner\beta\urcorner$ jest fałszywe").

Gaifman określa zdania będące czarnymi dziurami jako „semantycznie niedotykalne" (ang. *semantic untouchables*), gdyż w żaden sposób nie można przekazać semantycznej informacji na temat ich wartości logicznej (Gaifman 1992, s. 241). Jak wspomniałem wcześniej, jego propozycja zmierza do wyeliminowania czarnych dziur tak wielu, jak to tylko jest możliwe. Zdaniem autora *Pointers to Truth* rozumowanie przeprowadzone w związku z łamigłówką silnego kłamcy (o ile jest poprawne) ma świadczyć, że język naturalny zawiera mechanizm unikania czarnych dziur. O sukcesie w realizacji zamiaru usunięcia czarnych dziur mają świadczyć następujące dwa twierdzenia. Przy założeniu, że dla każdego zdania-typu istnieje nieskończenie wiele niezależnych znaczników wskazujących na owo zdanie, mamy:[30] (1) dla każdej formuły α istnieje wskazujący na nią znacznik p taki, że wartość $v(p)$ jest klasyczna, tj. $v(p) \in \{\boldsymbol{t}, \boldsymbol{f}\}$; (2) jeżeli $v(p) = \boldsymbol{n}$, to istnieje znacznik q taki, że $Typ(q) = \neg Tr(p) \wedge \neg Fa(p)$ (czyli wskazujący na zdanie stwierdzające, że p tworzy lukę wartości prawdziwościowej) oraz $v(q) = \boldsymbol{t}$. Twierdzenia te implikują, że w ramach lokalnie skończonych sieci możemy zawsze o znaczniku mającym wartość $\boldsymbol{n}$ sformułować prawdziwe (meta)stwier-

[30] Znacznikami niezależnymi nazywamy znaczniki, które nie mają wspólnych podznaczników. Pojęcie *podznacznika* jest analogonem pojęcia podformuły. Na przykład, jeżeli $Typ(p) = \alpha \wedge \neg\beta$, to podznacznikami p są: p, $Con^1(p)$, $Con^2(p)$, $Neg(Con^2(p))$. Nieskończoność, o której mowa w tym złożeniu, należy raczej rozumieć jako nieskończoność potencjalną.

dzenie, że tworzy on lukę wartości prawdziwościowej. Stanowi to warunek wystarczający pozbycia się czarnych dziur. W przypadku jednak znaczników będących elementami pewnego zstępującego ciągu nieskończonego i nieugruntowanego będą one wszystkie czarnymi dziurami. Inne czarne dziury mogą pojawiać się w językach o większej mocy ekspresywnej, np. w języku mogącym reprezentować zbiory i funkcje rekurencyjne, co prowadzi do reprezentowalności własnej składni (tj. relacji i operacji syntaktycznych). Przy założeniu, że w języku takim reprezentowalna jest funkcja kojarząca ze znacznikami wskazywane przez nie zdania-typy, czarne dziury można konstruować wykorzystując metodę diagonalizacji.[31]

4. Trudności i problemy

Przejdźmy do wskazania wybranych trudności i problemów teorii Gaifmana. Zacznijmy od pewnych problemów konceptualnych. Przypomnijmy, że teoria Gaifmana oparta jest na silnej trójwartościowej logice Kleenego. Logika ta charakteryzuje się tym, że jej zbiór tautologii jest zbiorem pustym. Może się to wydawać nieintuicyjne, gdyż tautologie często uważane są za uniwersalne prawdy *a priori* (prawdy konieczne). Można jednak argumentować, że ustalenie zakresu tego typu prawd nie jest właściwym przedmiotem badań logiki. Podstawowym zadaniem logiki jest ukazanie związków logicznych między wyrażeniami, zwłaszcza zaś określenie relacji wynikania zachodzącej pomiędzy zdaniami.[32] Z drugiej strony, „usterka" owa daje się łatwo usunąć poprzez zaadoptowanie do teorii Gaifmana semantyki superwaluacyjnej pochodzącej od Basa van Fraassena.[33] Osobnym problemem jest sam wybór takiej czy innej logiki nieklasycznej w celu rekonstrukcji pojęcia prawdy. Kwestii tej nie będę tu jednak rozważał.

Zaproponowane ujęcie nie zachowuje standardowego statusu nośników prawdy jako obiektów propozycjonalnych (zdań, stwierdzeń, sądów itp.). Funkcja v jest określona na znacznikach nazwowych, co może budzić sprzeciw. Zadając pytanie „Czy to, co on powiedział jest prawdą?" (ewentualnie: „Czy to, co on

[31] Niech p będzie znacznikiem takim, że $Typ(p) = \exists x(Typ(x) = Typ(p) \wedge \neg Tr(x))$ (zmienna x przebiega po zbiorze znaczników). Zdanie $\exists x(Typ(x) = Typ(p) \wedge \neg Tr(x))$ jest diagonalizacją formuły $\neg Tr(x)$.

[32] Koresponduje to z koncepcją logiki jako operacji konsekwencji.

[33] W ujęciu wykorzystującym semantykę superwaluacyjną przyjmuje się, że predykat prawdy jest nieostry – nie dysponujemy precyzyjnym kryterium pozwalającym w przypadku dowolnego zdania określić, czy należy ono do ekstensji predykatu prawdy, czy nie. Semantyka ta opiera się na następującej idei. Każde zdanie atomowe zawierające predykat nieostry jest wartościowane jako prawdziwe lub fałszywe ze względu na daną precyzację. Tym samym każda dopuszczalna precyzacja wyznacza pewne klasyczne wartościowanie. Z drugiej strony, to samo zdanie może mieć różne klasyczne wartości logiczne zależnie od przyjętej precyzacji. Zdanie zawierające predykat nieostry jest *superwaluacyjnie prawdziwe* (*superwaluacyjnie fałszywe*), gdy jest ono prawdziwe (fałszywe) przy każdej dopuszczalnej precyzacji owego predykatu. Ujęcie superwaluacyjne zachowuje wszystkie klasyczne tautologie, zaś sprzecznościom przyporządkowuje fałsz.

powiedział jest fałszem?") mamy zwykle na myśli to, co dana osoba stwierdziła, czyli pewne zdanie-egzemplarz (lub zdania-egzemplarze). Mankament ten stosunkowo łatwo naprawić, gdyż każdy znacznik będący argumentem funkcji v denotuje (nazywa) określone zdania-egzemplarz, zaś zdania-egzemplarze same stanowią rodzaj znaczników (każde z nich wskazuje na zdanie-typ, którego jest egzemplarzem). Wszystkie ważne dla przedstawionej propozycji określenia można przeformułować tak, by dotyczyły bezpośrednio zdań-egzemplarzy. Z tej perspektywy nie ma większego znaczenia, czy funkcja v działa na znacznikach nazwowych, czy na zdaniach-egzemplarzach.

Wspomniałem wcześniej, że same reguły przypisywania wartości $\boldsymbol{n}$ nie pozwalają na odseparowanie stwierdzenia kłamcy od stwierdzenia prawdomówcy. Uogólniając, nie jest możliwe na ich gruncie przeprowadzenie rozróżnień między różnymi typami patologii (w szczególności odseparowanie zdań antynomialnych od innych zdań wzbudzających kontrowersje). Rozważmy na przykład zbiór znaczników $\{p, q\}$, gdzie w pierwszym przypadku $Typ(p) = Fa(q)$ oraz $Typ(q) = Tr(p)$, zaś w drugim przypadku $Typ(p) = Fa(q)$ oraz $Typ(q) = Fa(p)$. W obu przypadkach zbiór ów tworzy zamkniętą pętlę. Stąd w obu przypadkach znacznikom p i q zostaje przypisana wartość $\boldsymbol{n}$, która stabilizuje się w kolejnych krokach ich procedur ewaluacyjnych (zainicjowanych przez wartościowanie puste). Chociaż oba są problematyczne, różnią się jednak charakterem – przypadek pierwszy stanowi koło kłamców i ma charakter antynomialny, natomiast przypadek drugi nie ma takiego charakteru. Jeśli więc interesuje nas wyróżnienie różnych kategorii zdań problematycznych, należy zbadać zachowanie się zdań w różnych procedurach ewaluacyjnych (a nie tylko w procedurze zainicjowanej przez wartościowanie puste).[34]

Pewien kłopot sprawia następująca wersja stwierdzenia wzmocnionego kłamcy: „Niniejsze stwierdzenie jest fałszywe lub tworzy lukę wartości prawdziwościowej". Stwierdzenia tego nie można jednak sformułować w ramach języka L_P^+ (a tym bardziej ocenić), ponieważ predykat „tworzy lukę wartości prawdziwościowej" do niego nie należy (jest predykatem metajęzykowym).[35] Można temu zaradzić wzbogacając język L_P^+ o predykat Gap i odpowiednio modyfikując reguły przypisywania wartości logicznej. W szczególności zmodyfikować należy regułę 8, dodając warunek: jeżeli $Typ(p) = Gap(q)$, $v(q) = \boldsymbol{n}$ i $v(p) \neq \boldsymbol{n}$ (czyli $v(p)$ jest nieokreślona lub klasyczna), to $v(p) = \boldsymbol{t}$.

Zadawalająca teoria prawdy powinna być empirycznie adekwatna. Znaczy to w szczególności, że nie powinna przypisywać wartości logicznych zdaniom w sposób niezgodny z intuicjami użytkowników języka. Wydaje się, że propozycja Gaifmana nie zawsze reprezentuje w sposób adekwatny potoczne rozumowania mające na celu ustalenie wartości logicznej pewnych znaczników (czy zdań-

---

[34] Pod tym względem projekt Gaifmana przypomina propozycję Gupty i Belnapa.

[35] W ramach rozważanego języka sformułować można jedynie następującą (równoważną) jego wersję: „Niniejsze stwierdzenie jest fałszywe lub ani nie jest prawdziwe, ani nie jest fałszywe".

egzemplarzy). Rozważmy stwierdzenie prawdomówcy oznajmiające o sobie samym tylko, że jest prawdziwe i załóżmy, że zostało ono sklasyfikowane jako tworzące lukę wartości prawdziwościowej. Oczywiście nie jest ono wówczas prawdziwe, a więc stwierdzenie przypisujące mu prawdziwość jest fałszywe. Wydaje się więc, że stwierdzenie prawdomowcy jest fałszywe. Jeżeli teraz przyjmiemy, że stwierdzenie owo jest fałszywe, to nie jest tak, jak ono głosi, czyli jest fałszywe. Innymi słowy, startując od uznania stwierdzenia prawdomówcy jako tworzącego lukę wartości prawdziwościowej, rewidujemy to założenie w kierunku uznania go za fałszywe, a kolejne kroki tylko potwierdzają to przyporządkowanie. Podobnie dla zwykłego stwierdzenia kłamcy oznajmującego o sobie samym tylko, że jest fałszywe. Startując od uznania go za tworzące lukę wartości prawdziwościowej, w następnych krokach rozumowania kwalifikujemy je na przemian jako fałszywe i prawdziwe. Tymczasem na gruncie teorii Gaifmana w obu przypadkach dochodzi do ustabilizowania się procedury ewaluacyjnej na ***n*** (poprzez regułę 5).[36]

Kolejna obiekcja dotyczy – używając terminologii Gottloba Fregego – praw prawdziwości. Niech $Typ(p) = \forall x \neg(Tr(x) \wedge \neg Tr(x))$. Zdanie to nie wydaje się problematyczne. Głosi bowiem, że żadne zdanie nie jest zarazem prawdziwe i nieprawdziwe. Tymczasem z uwagi na jego samostosowalność, znacznikowi p należy przypisać wartość ***n***.[37]

Rozważmy teraz tzw. łamigłówkę Gupty. Miała ona pokazywać, że teoria prawdy Kripkego oparta na konstrukcji punktów stałych ma istotne wady – nie zawsze adekwatnie reprezentuje potoczne rozumowania, których celem jest ocena logiczna pewnych zdań. Składają się na nią trzy zdania, z których pierwsze stwierdza, że zdanie trzecie jest prawdziwe, drugie stwierdza, że trzecie nie jest prawdziwe, natomiast trzecie oznajmia, że przynajmniej jedno z poprzednich twierdzeń nie jest prawdziwe (Gupta, 1982). W ramach propozycji Gaifmana możemy je sformalizować następująco:

$$Typ(p) = Tr(r),\ Typ(q) = \neg Tr(r),$$
$$Typ(r) = (Tr(p) \wedge \neg Tr(q)) \vee (\neg Tr(p) \wedge Tr(q)) \vee (\neg Tr(p) \wedge \neg Tr(q)).$$

---

[36] Z drugiej strony, jeżeli na wstępie znacznikowi wskazującemu na stwierdzenie prawdomówcy lub stwierdzenie kłamcy przypiszemy klasyczną wartość logiczną, wówczas dotycząca go procedura ewaluacyjna zachowuje się zgodnie z oczekiwaniami: wartość znacznika wskazującego na stwierdzenie prawdomowcy stabilizuje się na inicjującej wartości logicznej, natomiast wartość znacznika wskazującego na stwierdzenie kłamcy jest niestabilna, tj. oscyluje pomiędzy ***t*** i ***f***.

[37] Przez $Gen(p)[x/p]$ oznaczmy znacznik wskazujący na uszczegółowienie zdania $Typ(p)$ wzgledem p. Znacznik p wraz z $Gen(p)[x/p]$ oraz znacznikami, od których $Gen(p)[x/p]$ zależy tworzą zamknięte pętle. W procedurze ewaluacyjnej zastosowanie znajduje najpierw reguła 6, a następnie reguła 5. Zauważmy, że wśród $Gen(p)$ nie ma fałszów (znaczniki wskazujące na uszczegółowienia względem zdań zwykłych, tj. niesemantycznych, mają zawsze wartość ***t***).

Rozumując w sposób potoczny, możemy bez trudu przypisać tym stwierdzeniom wartości klasyczne. Ponieważ stwierdzenia pierwsze i drugie wykluczają się, oba nie mogą być prawdziwe. Z tego powodu stwierdzenie trzecie jest prawdziwe. To właśnie głosi stwierdzenie pierwsze, przeto również ono jest prawdziwe. Stwierdzenie drugie musi więc być fałszywe. Tymczasem wprowadzony przez Gaifmana algorytm nie pozwala na dokonanie takiej oceny. Sieć znaczników zawierająca te trzy stwierdzenia i generowana przez r tworzy bowiem zamkniętą pętlę. Stąd na mocy reguły 6 wszystkie znaczniki w owej sieci otrzymają wartość $\boldsymbol{n}$. Można na tej podstawie wysunąć wniosek, że reguła 6 nakazująca wszystkim znacznikom tworzącym zamkniętą pętle przypisać wartość $\boldsymbol{n}$ jest zbyt mało subtelnym narzędziem oceny znaczników. Występowanie w zamkniętej pętli nie powinno wykluczać możliwości przypisania znacznikowi klasycznej wartości logicznej.

Rozważmy jeszcze następujący nieskończony ciąg znaczników: p_1, p_2, …, p_i, … wskazujących na zdania, z których każde oznajmia, że następne jest prawdziwe: $Typ(p_1) = Tr(p_2)$, $Typ(p_2) = Tr(p_3)$, …, $Typ(p_i) = Tr(p_{i+1})$, … Na mocy reguły 7 każdy tworzący go znacznik uzyskuje wartość $\boldsymbol{n}$. Powiedzmy, że – analogicznie jak w przypadku łamigłówki silnego kłamcy – zamierzamy teraz skomentować status (zdania-egzemplarza nazywanego przez) p_1. Niech więc p_0 będzie znacznikiem takim, że $Typ(p_0) = \neg Tr(p_1)$. Przez analogię z łamigłówką silnego kłamcy p_0 powinno uzyskać wartość $\boldsymbol{t}$. Tymczasem ponieważ ciąg p_0, p_1, p_2, …, p_i, … również spełnia założenia reguły 7, w wyniku powtórnego jej zastosowania p_0 – wbrew oczekiwaniom – uzyskuje wartość $\boldsymbol{n}$.

Według Gaifmana użycie znacznika wskazującego na jakieś zdanie zawsze wiąże się z wygłoszeniem stosownego metastwierdzenia czy metakomentarza. Wielu filozofów, zwłaszcza reprezentujących deflacyjne podejście do pojęcia prawdy, zwraca uwagę na inne jeszcze funkcje predykatów prawdziwościowych w języku potocznym, np. potwierdzania pewnych wcześniejszych stwierdzeń, zastępowania w wypowiedziach wygłoszonego wcześniej zdania, likwidowania cudzysłowów itp. Dla przykładu rozważmy rozmowę Alfy z Betą, w której Alfa wygłasza zdanie „6 jest liczbą doskonałą”, zaś Beta stwierdza „To, co powiedział Alfa jest prawdą”. Można argumentować, że Beta potwierdził jedynie stwierdzenie Alfy bez intencji wygłoszenia metakomentarza (właściwie powtórzył on stwierdzenie Alfy, ale w inny sposób). Chociaż stanowiska deflacyjne budzą szereg wątpliwości, nie należy jednak ignorować wskazywanych przez nie użyć predykatu prawdy. Propozycji Gaifmana można zarzucić, że nie uwzględnia owych użyć. Z drugiej strony, wspomniane użycia predykatu prawdy nie mają charakteru czysto semantycznego, lecz raczej należą do przedmiotu zainteresowań pragmatyki.

5. Zakończenie

Propozycja Gaifmana jest krokiem w kierunku zbudowania satysfakcjonującej teorii prawdy, która byłaby zorientowana nominalistycznie i respektowała fizykalistyczny punkt widzenia. Autor *Pointers to Truth* realizuje to poprzez uznanie za podstawowe nośniki prawdy zdania-egzemplarze (ściślej rzecz biorąc, argumentami funkcji wartościowania w przedstawionej propozycji są znaczniki będące jednostkowymi nazwami zdań-egzemplarzy).[38] Richard L. Kirkham w swojej książce *Theories of Truth* wyróżnia kilka zalet takiego podejścia: istnienie zdań-egzemplarzy (w przeciwieństwie do sądów) nie budzi wątpliwości, nie jest dyskusyjny status ontologiczny nich samych ani ich części, nie wywołują żadnego sprzeciwu kryteria, za pomocą których identyfikuje się numerycznie różne zdania-egzemplarze (Kirkham, 1992, s. 63–64).[39] Można jeszcze dodać, że ponieważ zdanie-egzemplarz zawsze pojawia się w pewnym kontekście konwersacyjnym, składniki jego mają zawsze wyraźnie ustalone odniesienie przedmiotowe. Niechęć wielu autorów do uznania zdań-egzemplarzy za nośniki prawdy ma różne źródła. Jedni autorzy zwracają uwagę na ich kontekstualną wrażliwość (wartość logiczna zdania-egzemplarza może się zmieniać wraz z kontekstem), inni natomiast podnoszą kwestię istnienia niewyrażonych prawd (tak jak istnieje wiele nienazwanych przedmiotów; Dummett 1999, s. 264; Gupta, 1982, s. 4). Obiekcja druga stwarza większy problem. Wiąże się z niemożliwością oceny logicznej egzemplarza danego zdania dopóki nie zaistniał on w czyjeś wypowiedzi.[40] Nie zagraża ona jednak propozycji Gaifmana, ponieważ funkcja wartościowania v jest w niej określona na znacznikach odnoszących się do zdań-egzemplarzy, a nie na samych zdaniach-egzemplarzach. Znacznik poprzez funkcję *Typ* wskazuje na dane zdanie-typ, którego pewien egzemplarz jest nazywany przez ów znacznik i może być zdaniem takim, że nikt nigdy go nie wypowiedział (np. z powodu jego skomplikowania czy długości). Reguły opisujące funkcję v nie eliminują takich przypadków. Problem pojawia się, gdy podejmiemy próbę określenia statusu ontologicznego takiego niezmaterializowanego zdania-egzemplarza. Wydaje się, że kategoria zdań-egzemplarzy jako nośników prawdy powinna obejmować nie tylko takie, które aktualnie istnieją, ale również takie, które mogą zaistnieć. Rozwiązanie tej kwestii wymaga pogłębionej analizy ontologicznej, na którą brak tu miejsca.

---

[38] Przypomnijmy, nominalizm jest stanowiskiem negującym istnienie w rzeczywistości pozaumysłowej przedmiotów abstrakcyjnych – istnieją jedynie obiekty jednostkowe i konkretne. Tego typu obiektami są zdania-egzemplarze. Dodajmy, że reistyczna wersja nominalizmu za nazwy rzetelne uznaje jedynie nazwy rzeczy i postuluje używanie tylko takich nazw w wypowiedziach. Prezentowanej teorii nie można uznać za pełnokrwistą teorię nominalistyczną. Nie kwestionuje ona istnienia zdań-typów, jak i własności opisywanych przez predykaty, w szczególności zaś przez predykat prawdy.

[39] Stanowisko Kirkhama na temat bezdyskusyjnego statusu ontologicznego zdań-egzemplarzy wydaje się zbyt optymistyczne. Przykładowo można postawić pytanie, czy zdanie-egzemplarz w postaci napisu jest rzeczą, czy może jest własnością pewnej rzeczy (np. kartki papieru, na której zostało napisane)?

[40] Na zarzut ten narażone jest również stanowisko uznające zdania-typy za podstawowe nośniki prawdy, jeśli zdanie-typ utożsamia się z klasą zdań-egzemplarzy równokształtnych lub równobrzmiących.

BIBLIOGRAFIA

Barwise, J., Etchemendy, J. (1987). *The Liar. En Essay on Truth and Circularity*. New York, Oxford: Oxford University Press.

Chapuis, A. (1993). *Circularity, Truth, and the Liar Paradox*. Bloomington: Indiana University.

Dummett, M. (1999). Of What Kind of Thing is Truth a Property? W: S. Blackburn, K. Simmons (Red.), *Truth* (s. 264–281). Oxford: OUP.

Fraassen, B. C. van (1966). Singular Terms, Truth-Value Gaps and Free Logic. *Journal of Philosophy*, *68*(17), 481–495.

Gaifman, H. (1988). *Operational Pointer Semantics: Solution to Self-Referential Puzzles I*. W: M. Vardi (Red.), *Teoretical Aspects of Reasoning About Knowledge* (TARK, s. 43–59). Los Angeles: Morgan Kaufmann.

Gaifman, H. (1992). Pointers to Truth. *The Journal of Philosophy*, *89*(5), 223–261.

Gaifman, H. (2000). Pointers to Propositions. W: A. Chapuis, A. Gupta (Red.), *Circularity, Definition, and Truth*, (s. 79–121). New Delhi: Indian Council of Philosophical Research.

Gupta, A. (1982). Truth and Paradox. *Journal of Philosophical Logic*, *11*(1), 1–60.

Gupta, A., Belnap, N. (1993). *The Revision Theory of Truth*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.

Gupta, A., Martin, R. L. (1984). Fixed Point Theorem for Weak Kleene Valuation Scheme. *Journal of Philosophical Logic*, *13*(2), 131–135.

Kirkham, R. L. (1992). *Theories of Truth. A Critical Introduction*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.

Koons, R. C. (1992). *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kripke, S. (1975). Outline of a Theory of Truth. *Journal of Philosophy*, *72*(19), 690–716.

Leitgeb, H. (2005). What Truth Depends On. *Journal of Philosophical Logic*, *34*(2), 155–192.

Peirce, Ch. S. (1997). *Wybór pism semiotycznych* [Selected Writings on Semiotics]. Warszawa: Znak-Język-Rzeczywistość, Polskie Towarzystwo Semiotyczne.

Simmons, K. (2018). Contextual Theories of Truth and Paradox. W: M. Glanzberg (Red.), *The Oxford Habdbook of Truth* (s. 755–786). Oxford: OUP.

Skyrms, B. (1984). Intensional Aspects of Semantical Self-Reference. W: R. L. Martin (Red.), *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox* (s. 119–131). Oxford: Clarendon Press.

Tworak, Z. (2009). *Współczesne teorie prawdy* [Modern Theories of Truth]. Poznań: Wydawnictwo Naukowe UAM.

SUMMARY: In this article, I discuss the theory of truth proposed by Haim Gaifman from the perspective of dealing with various problematic sentences. I intend to show that this concept is open to serious objections as much as Saul Kripke's related theory. The theory is motivated by the strong liar puzzle and tries to solve it correctly in a formally precise way. According to Gaifman, we should assign truth values not to sentence types, but to their tokens. The truth value of token depends on not only its sentence type, but also the network among tokens. Hence the presented theory is a paradigm of the contextual theory of truth. Two tokens of the same sentence type might have different truth values. For generality Gaifman prefers to use the term *pointer* instead of *token*. Truth value is assigned to pointer by the algorithm called *pointer semantics*. The paper contains an exposition of the technical apparatus of the theory and its disadvantages.

KEYWORDS: truth, the strong liar puzzle, pointer, the black hole.