Studia Semiotyczne, t. XXXII, nr 2 (2018), s. 5–8
ISSN 0137-6608, e-ISSN 2544-073X
DOI: 10.26333/sts.xxxii2.01
Od Redakcji

Andrzej Biłat*

OD REDAKTORA NUMERU

Niniejszy numer „Studiów Semiotycznych" jest w całości poświęcony filozoficznej problematyce podstaw matematyki. Podjęte tematy dotyczą w szczególności kwestii natury przedmiotowego odniesienia terminów matematycznych, prawdy matematycznej i rozstrzygalności problemów matematycznych. Punktem odniesienia zdecydowanej większości rozpraw i esejów są znane twierdzenia limitacyjne Kurta Gödla.

Numer otwiera polski przekład wykładu Gödla pt. „Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and their Implications" („O pewnych zasadniczych twierdzeniach dotyczących podstaw matematyki i wnioskach z nich płynących"). Wygłoszony w 1951 r. w cyklu wykładów im. J. W. Gibbsa, składa się zasadniczo z dwóch części. W pierwszej Gödel objaśnia matematyczny sens i kontekst obu swoich słynnych twierdzeń. W drugiej – stosuje je w argumentacji za tezą matematycznego platonizmu. Argumentacja ta wciąż stanowi wzorcowy przykład analizy filozoficznych konsekwencji twierdzeń metamatematycznych. Czytelnik z pewnością doceni też językowe walory przekładu Marcina Poręby. O ile nam wiadomo, jest to pierwszy polski przekład tego klasycznego tekstu dwudziestowiecznej filozofii matematyki.

W artykule „Phenomenological Ideas in the Philosophy of Mathematics. From Husserl to Gödel" Thomas Bedürftig i Roman Murawski śledzą mało znane wpływy idei fenomenologicznych na rozwój dwu-

* Politechnika Warszawska, Wydział Administracji i Nauk Społecznych, e-mail: a.bilat@ans.pw.edu.pl. ORCID: 0000-0003-1884-1361.

dziestowiecznej filozofii matematyki. Dotyczy to w szczególności koncepcji intuicji ejdetycznej (*Anschauung*) jako sposobu rozstrzygania zdań matematycznych. W artykule omówiona została wczesna filozofia matematyki Edmunda Husserla (jeszcze z okresu jego monografii habilitacyjnej *Philosophie der Arithmetik*), fenomenologiczna filozofia matematyki Hermanna Weyla, Oskara Beckera oraz filozofia matematyki Gödla. Autorzy zwracają uwagę, że fenomenologiczne podejście jest wciąż żywe w filozofii matematyki, jednakże najczęściej wyraża się ono nie w bezpośrednich nawiązaniach do prac Husserla, ale do rozważań Gödla (zwłaszcza tych, w których rozwija on swoją koncepcję intuicji matematycznej).

W artykule „Gottlob Frege o prawdzie w okresie wydawania dwóch tomów *Grundgesetze der Arithmetik* (1893–1903)" Gabriela Besler zbiera, systematyzuje i analizuje istotne użycia terminów „prawda" (*Das Wahre*), „prawdziwość" (*Wahrheit*), „prawdziwy" (*wahr*) oraz innych, związanych z nimi kluczowych słów używanych w tekstach Fregego. Praca jest rezultatem skrupulatnej i źródłowej analizy historycznej, obejmującej nie tylko *Grundgesetze*..., ale też pozostałe pisma Fregego z lat 1893–1903 (włącznie z pośmiertnie wydanymi listami i niedokończonym podręcznikiem logiki). Dzięki uwzględnieniu tak bogatego materiału historycznego Czytelnik znajdzie w artykule niezbędne dane umożliwiające pełną rekonstrukcję koncepcji prawdy Fregego ze szczytowego okresu rozwoju jego logicyzmu.

Stanisław Krajewski w artykule „On Suprasubjective Existence in Mathematics" zwraca uwagę na pewną charakterystyczną rozbieżność podejść matematyków w filozoficznej kwestii obiektywności prawd matematycznych. W swojej praktyce badawczej zwykle zakładają oni platoński obiektywizm, natomiast w wyraźnych deklaracjach – antyrealistyczny formalizm („mathematicians are Platonists on weekdays and formalists on weekends"). Filozoficzne wyjaśnienie tego faktu, zaproponowane w artykule, umożliwia akceptację obu podejść. Autor przedstawia koncepcję określoną przez niego mianem *suprasubiektywizmu*, która była wcześniej niewyraźnie sugerowana w filozofii matematyki (m.in. przez samego Gödla). Jest ona wzmocnieniem intersubiektywizmu głoszącym, iż prawdy matematyczne: a) są obiektywne (nie są więc swobodnymi konstrukcjami ludzkiego umysłu, tak jak np. poprawny opis tęczy nie jest taką konstrukcją), a pomimo to b) nie odnoszą się do obiektów, a opisywane przez nie fakty są w pewien sposób zależne od poznającego je umysłu (podobnie jak zjawisko tęczy jest zależne od obserwatora).

Michał Heller w artykule „Syntax-Semantics Interaction in Mathematics" wykorzystuje narzędzia teorii kategorii w opisie relacji między syntaktyczną i semantyczną strukturą teorii matematycznych. W tym celu wskazuje na użyteczność dwóch funktorów, Lang i Syn, w analizie owych teorii (traktowanych przez Autora jako systemy twierdzeń o kategoriach i funktorach). Autor dokonuje naturalnego rozszerzenia teorio-kategorialnego ujęcia matematyki pochodzącego od Johna Bella (z lat 80. XX w.). W tak rozszerzonym ujęciu dobrze widoczny staje się fakt, że ograniczenia związane z twierdzeniami Gödla mają charakter lokalny (dotyczący jedynie teorii zawierających elementarną arytmetykę). Otwiera się też interesująca perspektywa metodologicznej analizy teorii fizycznej, umożliwiająca przezwyciężenie tradycyjnej – zbyt ostrej, zdaniem Autora – opozycji między syntaktycznym i semantycznym opisem teorii.

Artykuł Krzysztofa Wójtowicza „Kategoria wyjaśniania w filozofii matematyki Kurta Gödla" dotyczy kwestii stosowalności kategorii wyjaśnienia w interpretacji filozofii matematyki Gödla. Według Autora Gödel zakładał, że każdy dobrze postawiony problem matematyczny jest rozwiązywalny oraz że ów fakt domaga się wyjaśnienia. Jednocześnie rozumiał „rozwiązanie problemu matematycznego" znacznie szerzej niż „podanie matematycznego dowodu"; chodziło mu raczej o znalezienie wiarygodnych aksjomatów prowadzących do rozwiązania problemu. Zgodnie z tą interpretacją, w koncepcji Gödla dwie zasady umożliwiają wyjaśnienie tego podstawowego faktu: zasada realizmu metafizycznego (głosząca, że istnieje niezależne od nas uniwersum matematyczne) i zasada optymizmu epistemologicznego (zgodnie z którą jesteśmy w stanie uzyskać wgląd w to uniwersum). Autor szczegółowo analizuje postawiony przez siebie problem na przykładzie hipotezy kontinuum.

Paweł Stacewicz w artykule „Liczby nieobliczalne a granice kodowania w matematyce" zwraca uwagę na okoliczność, że arytmetyzacja danych i programów komputerowych znacznie ułatwia – lub wręcz umożliwia – określenie poznawczych granic różnego typu obliczeń. W szczególności uwzględnienie faktu istnienia liczb nieobliczalnych prowadzi do interesujących wniosków. Z jednej strony bowiem fakt ten wskazuje na zasadnicze ograniczenia (związane z tezą

Churcha-Turinga) obliczeń dyskretnych, a z drugiej strony – sugeruje potrzebę rozszerzenia standardowego podejścia w kierunku badań nad rozwojem obliczeń silniejszych, takich jak obliczenia analogowe (niecyfrowe, ciągłe). Rezultatem analiz Autora jest teza, że każda poprawna koncepcja takich silniejszych obliczeń musi zakładać istnienie wielkości aktualnie nieskończonych, które możemy rejestrować, przetwarzać i opisywać. Za ich istnieniem przemawiają pewne argumenty fizyki teoretycznej, choć nie są one ostateczne.

Numer zamyka esej Witolda Marciszewskiego „Does Science Progress towards Ever Higher Solvability through Feedbacks between Insights and Routines?" będący obszernym wprowadzeniem do dyskusji. Autor przedstawia pewien argument za jedną z odpowiedzi na postawione w tytule pytanie. Otóż z twierdzenia Gödla wynika, że na każdym etapie rozwoju dostatecznie bogatej teorii aksjomatycznej w jej obrębie muszą pojawić się algorytmicznie („rutynowo") nierozwiązywalne problemy. Jednakże dzięki badaniom, w których istotną rolę odgrywa intuicja, zwykle zostają one rozwiązane, a uzyskane rozwiązania zostają dołączone do wcześniejszej teorii w postaci dodatkowych aksjomatów lub reguł. Dzięki temu rozszerzeniu powstaje nowa teoria będąca podstawą silniejszych algorytmów i generująca nowe intuicje. Te intuicje umożliwiają kolejne aksjomatyczne wzmocnienie teorii i tak dalej. W ten sposób wiedza naukowa wchodzi na coraz wyższe poziomy rozwiązywalności problemów poznawczych. Według Autora niektóre fakty z zakresu historii matematyki zdają się potwierdzać ten schemat. Czy rzeczywiście – a jeśli tak, to w jakim zakresie – można ów „Gödlowski" schemat skutecznie zastosować w opisie rozwoju wiedzy naukowej? Autor pozostawia to pytanie otwarte, zachęcając nas do dyskusji.

* * *

This issue of „Semiotic Studies" is devoted to the philosophical questions of the reference of mathematical terms, the nature of mathematical truths and their decidability. The points of reference for the vast majority of the articles are Gödel's limitation theorems.

I would like to thank the authors for their valuable contributions to the issue and the reviewers for their insightful and useful comments. My special thanks go to the Institute of Philosophy of the University of Warsaw, without which the issue would not have been possible.